Culegere de articole selective ale Conferinţei Ştiinţifice Internaţionale „Competitivitatea şi Inovarea în Economia Cunoaşterii”,
22-23 septembrie 2017, Chişinău, Vol. V.
E-ISBN 978-9975-75-901-4

O PROBLEMĂ DE TRANSPORT CU ELEMENTE DE INCERTITUDINE

[1]Drd., Lilian GOLBAN
[2]Dr., conf. univ., Anatol GODONOAGĂ

[1, 2]Academia de Studii Economice a Moldovei,
Republica Moldova, Chişinău, Bănulescu Bodoni, 61,
tel. (+373) 22 41 28, www.ase.md

Abstract

Overall, the economic activity involves making certain decisions in order to minimize costs, increase profit etc. In some situations, if the decision maker operates under uncertainty, does not have information about the uncontrollable factors or the occurrence of any states of nature, which can influence his decision. In this study are proposed two decision models for analyzing and solving some transport problems when the activity is determined by uncontrollable factors, the number of „states” of nature is finite and the decision maker can choose from an infinite number of alternatives.

Key words: decision criteria, decision-maker, function of regrets, states of nature, uncertainty.

JEL CLASSIFICATION: C02, C61

Problema de transport constă în stabilirea unui plan optim de distribuţie a produselor aflate în posesia furnizorilor către pieţele de desfacere. Formularea clasică a unei astfel de probleme constă în următoarele. Se admite că m furnizori $A_1, ..., A_i, ..., A_m$ deţin un produs omogen în cantităţile $a_1, ..., a_i, ..., a_m$, ce necesită a fi livrate spre n centre de consum $B_1, ..., B_j, ..., B_n$ în cantităţile $b_1, ..., b_j, ..., b_n$. În această situaţie se cunoaşte costul de transport al unei unităţi de produs C_{ij} de la furnizori la consumatori[1](Figura 1).

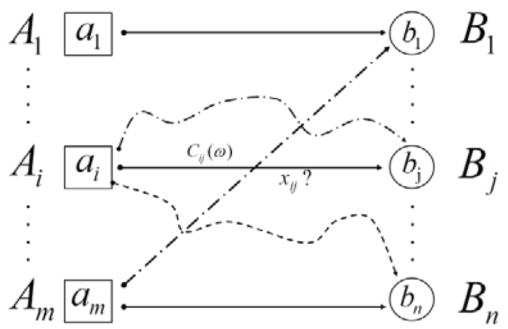

Figura 1. Prezentarea grafică a problemei clasice de transport

Fie: x_{ij} - cantitatea de produs care urmează a fie transportată;

ω - factorul aleatoriu sau “starea naturii” care s-ar putea manifesta.

Se consideră o situaţie decizională pentru problema de transport , exprimată în forma:

$$Z(x,\omega) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}(\omega)\cdot x_{ij} \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_{i,} \;\; i = \overline{1,m} \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \ge b_{j,} \;\; j = \overline{1,n} \qquad (3)$$

E-ISBN 978-9975-75-901-4

$$x_{ij} \geq 0$$

(4)

$$\omega \in \Omega = \{\omega^1, \omega^2, ..., \omega^r\} \qquad (5)$$

Reieşind din condiţia *(5)*, modelul *(1)-(4)* poate fi privit ca un model multicriterial. Problema principală, aici, constă în aceea ce ar putea fi considerată soluţie optimă, evident, soluţie admisibilă fiind orice set $\{x_{ij}\}$, $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$, care respectă pe deplin condiţiile *(2)-(4).*

a) Dacă ω este un factor aleatoriu şi una şi aceeaşi variantă de decizie urmează să se aplice într-un număr mare de "scenarii", deseori, în asemenea cazuri, în calitate de variantă optimă $\{x_{ij}^*\}$ s-ar putea considera setul admisibil pentru care valoarea medie a costului de transport, $\overline{Z}(x) = M_\omega[Z(x,\omega)]$, i-a valoarea minimală. Asemenea situaţie, relativ simplă, se rezolvă, reieşind din aspectul funcţiei (1), $\overline{Z}(x,\omega) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\overline{C}_{ij} \cdot x_{ij}$, unde $\overline{C}_{ij} = M[C_{ij}(\omega)]$ - valoarea medie a costului de transport pentru o unitate de produs de la punctul de ofertă A_i până la punctul de consum B_j. Deci, pentru a determina valorile $\overline{C}_{ij}$, trebuie cunoscută legea de repartiţie a probabilităţilor $P_k = P\{\omega = \omega^k\}$, $k = 1,2,...,r$, sau un eşantion reprezentativ de observaţii, sau simulări efectuate asupra stărilor naturii.

Remarcă: Dacă toate valorile $\overline{C}_{ij}$ devin cunoscute, problema multicriterială *(1)-(5)* se reduce la varianta clasică cu un singur criteriu.

b) Cu privire la ω, informaţia este "vagă". Prin urmare, natura factorului ω este departe de a fi aleatorie. Şi chiar dacă ω fiind de natură aleatorie, lipsesc datele veridice cu privire la legea de distribuţie P_k.

b`) Decizia urmează de a fi proiectată reieşind din conceptul de "**maximă prudenţă**" sau **Wald**[2]. Se consideră, în acest caz, modelul de forma, cu condiţiile *(2)-(4)*:

$$Z_W(x) = \max_{\omega\in\Omega} Z(x,\omega) \to \min \qquad (6)$$

Din punct de vedere geometric, funcţia $Z_W(x)$ este constituită din porţiuni de suprafeţe liniare, este convexă pe domeniul *(2)-(4)*, dar, în general, nu este diferenţiabilă [4] pe domeniul respectiv. Problema cu care ne confruntăm, pentru acest caz, este cea de minimizare a "costurilor maximale".

b``) Decizia urmează a fi proiectată reieşind din conceptul "**regretului minimal**" sau **Savage**[2,3]. Modelul considerat este:

$$Z_S(x) = \max_{\omega\in\Omega}\left(Z(x,\omega) - Z^*(\omega)\right) \to \min \qquad (7)$$

Aici: $Z^*(\omega) = \min_{x\in D} Z(x,\omega)$, $\omega \in \Omega$.

Analiza modelului conduce la următoarele concluzii:

- $Z_S(x)$ - este liniară pe porţiuni, dar convexă[4];
- $Z_S(x)$ - este o funcţie nediferenţiabilă;

E-ISBN 978-9975-75-901-4

- Calculul subgradientului funcţiei $Z_S(x)$ nu prezintă esenţiale dificultăţi.

Se consideră r probleme de forma:

$$Z(x,\omega^k)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}C_{ij}(\omega^k)\cdot x_{ij}\rightarrow \min \tag{8}$$

cu condiţiile *(2)-(5),* $k=1,2,...,r$.

Fie $Z^*{}_k=\min Z(x,\omega^k)$, iar $Z(x,\omega^k)-Z^*{}_k$ - valoarea regretului dacă starea naturii $\omega=\omega^k$.

Atunci: $Z_S(x)=\max\limits_{1\le k\le r}\left(Z(x,\omega^k)-Z^*{}_k\right)$ - valoarea minimală a regretului în condiţia că planul de transport este reprezentat de setul $x=\{x_{ij}\}$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$.

În continuare urmează de determinat varianta x_S^*:

$$Z_S(x_S^*)=\min_{x\in D}Z_S(x) \tag{9}$$

<u>Algoritmul de determinare a variatei</u> x_S^* (‘S’ – Savage).

Se definesc următoarele funcţii:

$$\Phi_i(x_{i1},...,x_{in})=\sum_{j=1}^{n}x_{ij}-a_i,\ i=\overline{1,m}; \tag{10}$$

$$\Psi_j(x_{1j},...,x_{mj})=b_j-\sum_{i=1}^{m}x_{ij},\ j=\overline{1,n}. \tag{11}$$

Evident, dacă x - soluţie admisibilă $\Rightarrow \Phi_i(\bullet)\le 0, \forall\ i=\overline{1,m}$ şi $\Psi_j(\bullet)\le 0, \forall\ j=\overline{1,n}$.

Se determină, în mod arbitrar, o soluţie de start $x^0=\{x_{ij}^0\}: x_{ij}^0\ge 0$.

Fie mulţimea $X=\left\{x=\{x_{ij}\}, i=\overline{1,m}; j=\overline{1,n}\ :\ x_{ij}\ge 0\right\}$.

Se defineşte următorul proces iterativ, care constă în determinarea succesivă a ***<u>matricelor</u>*** $x^0, x^1, x^2, ..., x^s, x^{s+1}, ...$ aplicând metoda gradientului generalizat într-o formă modificată[5] şi adaptată structurilor de date. Aici, $x^s=\{x_{ij}^s\}$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$ - varianta de decizie care corespunde iteraţiei ‘**<u>s</u>**’.

Următoarea ***<u>matrice</u>*** x^{s+1} se calculează astfel:

$$x^{s+1}=\prod\nolimits_X(x^s-\rho_s\cdot g^s) \tag{12}$$

$g^s=\{g_{ij}^s\}$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$ - determină direcţia deplasării la iteraţia ‘s+1’;

ρ_s - se modifică în mod automat: $\rho_s\ge 0$, $\rho_s\rightarrow 0$, $\sum\limits_{s=0}^{\infty}\rho_s=\infty$

$|1\rangle$ Fie că toate $\Phi_i(\bullet)\le 0$ şi $\Psi_j(\bullet)\le 0$ în cazul $x=x^s$, atunci $g_{ij}^s=C_{ij}^s$; iar $C^s: Z_S(x^s)=\max\limits_{1\le k\le r}\left(Z(x^s,\omega^k)-Z_k^*\right)$. În acest caz $Z(x^s,\omega^k)=\sum\limits_i\sum\limits_j C_{ij}(\omega^k)\cdot x_{ij}^s$

$|2\rangle$ Fie că $\Phi_{i1}(\bullet)>0$, $\Phi_{i2}(\bullet)>0$, …, $\Phi_{il}(\bullet)>0$ şi/sau $\Psi_{j1}(\bullet)>0$, $\Psi_{j2}(\bullet)>0$, …, $\Psi_{jt}(\bullet)>0$; $1\le l\le m$; $1\le t\le n$

E-ISBN 978-9975-75-901-4

- Dacă $\Phi_i\,(x_{i1}^s, x_{i2}^s, ..., x_{in}^s) > 0$, atunci $g_{ij}^s = 1$.
- Dacă $\Phi_i\,(x_{i1}^s, x_{i2}^s, ..., x_{in}^s) \leq 0$, atunci $g_{ij}^s = 0$.

$$g_{ij}^s = \begin{cases} 1, \; dac\breve{a} \;\; \Phi_i(\bullet) \geq \Psi_j(\bullet) \\ -1, \; dac\breve{a} \;\; \Phi_i(\bullet) < \Psi_j(\bullet) \end{cases}$$

CONCLUZII

Abordarea problemei de transport, în această lucrare, cuprinde doar o parte din totalitatea problemelor de distribuţie cu care se confruntă decidenţii în condiţii incerte. Cele două modele propuse, de „maximă prudenţă” şi „regretul minimal”, vin să aducă o nouă abordare în soluționarea acestei clase de probleme, reieşind din principiile descrise de Wald şi, respectiv, de Savage, în condiţiile când manifestarea factorilor necontrolabili nu poate fi anticipată, iar decidentul nu cunoaşte valorile concrete ale coeficienţilor $C_{ij}(\omega)$, ci doar intervalele posibile de variaţie, în dependenţă de „stările naturii”, ale acestora: $\underline{C_{ij}} \leq C_{ij} \leq \overline{C_{ij}}$.

BIBLIOGRAFIE

[1] Andrei Gameţchi, Anatol Godonoagă, Zinovia Toacă. *Cercetări operaţionale*, Editura ASEM, Chişinău 2015;
[2] Hamdy A. Taha. *Operations research an introduction*, 3rd edition. London 1982;
[3] Savage L. J. *The theory of statistical decision*. J. Amer. Statist. Assoc., 1951, vol. 46, pp. 55-67;
[4] Шор Н. З. *Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения*, Киев, „Наукова Думка”, 1979;
[5] Anatol Godonoagă, Anatolie Baractari. *Modele economice nediferenţiabile. Aspecte decizionale*. Editura ASEM, Chişinău – 2011, pp. 41-100.