Culegere de lucrări ştiinţifice ale
Conferinței Ştiințific Internațional "Competitivitate şi Inovare în economia cunoaşterii", Ediția a XXI-a
27-28 septembrie 2019, Chişinău e-ISBN 978-9975-75-968-7

PARTICULARITĂȚI DE SOLUȚIONARE A MODELULUI MONOPOLIST ÎN CONDIȚII DE INCERTITUDINE

PARTICULARITIES OF SOLVING THE MONOPOLY MODEL UNDER UNCERTAINTY

PhD candidate Lilian GOLBAN, AESM,
golban.lilian@gmail.com
Assoc. Prof., PhD Anatol GODONOAGĂ, AESM,
anagodon22@yahoo.com
Academy of Economic Studies of Moldova,
61 Mitropolit Gavriil Bănulescu-Bodoni St, Chişinău, Moldova, Republic of,
tel. (+373) 22 41 28

Abstract. *În acest studiu se propun două modele decizionale pentru analiza şi soluționarea problemelor de producere în cazul piețelor monopoliste, considerând că comportamentul consumatorului este unul incert, iar cererea nu poate fi determinata apriori, cunoscând doar careva situații posibile de manifestare a cererii.*

Cuvinte cheie*: monopol, criterii de decizie, funcția regretelor, stări ale naturii, incertitudine.*

JEL CLASSIFICATION*: C02, C61.*

INTRODUCERE.

În dependență de caracteristicile competiției, o piața de desfacere poate fi structurată diferit. La o extremă se plasează concurența perfectă, unde sunt prezenți mai mult producători şi consumatori, iar activitatea este determinată de reguli foarte stricte şi clare, fără bariere de accedere sau părăsire a pieței. Piața monopolistă există atunci când se înregistrează un singur producător şi mai mulți consumatori.

Monopolurile sunt caracterizare de o absență a competiției economice în producerea bunurilor sau prestarea serviciilor, precum şi de lipsa altor bunuri substituibile. Astfel, un singur producător deține controlul stabilirii prețului pentru produsele oferite pieței. Un monopolist are posibilitatea să fixeze cu cât va comercializa un produs, iar apoi să se aprecieze şi ce cantitate urmează să fie comercializată. Pentru situațiile când monopolistul activează în condiții de incertitudine (iar aceasta este dată de faptul că prognozele unor rezultate nu sunt exacte şi pot varia pe un anumit interval, valoarea riscului nu poate fi nicidecum cuantificată, iar acelaşi profit nu mai poate fi garantat, indiferent de cantitatea ori prețul ales), se poate constata că cererea, ca şi componentă a formării profitului, reprezintă o valoare aleatorie, dependentă inclusiv şi de felul cum producătorul monopolist stabileşte cuantumul comercializării produsului sau serviciului[1].

Deoarece incertitudinea este cea mai frecventă întâlnită stare în majoritatea sistemelor economice, este actual să se analizeze cum monopolistul îşi va construi deciziile, înainte de a garanta o oarecare ofertă. La prima vedere, s-ar putea considera că producătorul monopolist ar putea să producă o cantitate mare pentru un produs, fiind sigur că consumatorii vor fi receptivi şi astfel se va asigura un extra profit. Dar, există şanse ca acest produs să nu se bucure de o popularitate atât de mare, iar aşteptările producătorului să fie departe de cele prognozate. Dacă producătorul priveşte situația dintr-o altă extremă, şi doreşte să fie extrem de precaut, el ar putea decide, evident, să emită pe piață o cantitate mai mică. În situația în care piața nu va fi acoperită, atunci se va înregistra o pierdere a posibilului profit din neoferirea unei cantități suficiente cererii efective a pieței[2,3].

Astfel, ar fi logic să fie analizate criterii decizionale noi de proiectare a deciziilor în condiții de incertitudine, nefiind posibil de apreciat probabilitatea manifestării stărilor naturii.

MATERIALE ŞI METODE.

Există câteva strategii de gestionare a comportamentului producătorului monopolist. Una dintre ele presupune maximizarea profitului, prin determinarea unei anumite norme de producție şi comercializarea ei la un preț mai mare decât costul de producere a acesteia[3].

Fie că se consideră o situație decizională a activității de producere în condiții de monopol, exprimată în forma:

$$R(x,y,Y)=\sum_{j=1}^{n}\left[c_j(y_j)\cdot min\left\{y_j,Y_j\right\}-p_i\cdot max\left\{0,y_j-Y_j\right\}\right]-\sum_{i=1}^{m}q_i\cdot x_i \tag{1}$$

cu respectarea următoarelor restricții:

$$\sum_{j=1}^{n}a_{ij}y_j\le b_i+x_i,\ i=\overline{1,m} \tag{2}$$

$$y=\left(y_1,...,y_j,...,y_n\right)\in D_y=\left\{y\in E^n:\underline{y_j}\le y_j\le\overline{y_j},\ j=\overline{1,n}\right\} \tag{3}$$

$$Y=\left(Y_1,...,Y_j,...,Y_n\right)\in D_Y=\left\{Y\in E^n:\underline{Y_j}\le Y_j\le\overline{Y_j},\ j=\overline{1,n}\right\} \tag{4}$$

$$x=\left(x_1,...,x_i,...,x_m\right)\in D_x=\left\{x\in E^m:\underline{x_i}\le x_i\le\overline{x_i},\ i=\overline{1,m}\right\} \tag{5}$$

$R(x,y,Y)$ - profitul producătorului monopolist;

y_j - volumul ofertei;

Y_j - volumul cererii la bunul j, $j=\overline{1,n}$;

x_i - cantitatea de resurse i, ce urmează a fi achiziționată la prețul q_i, $i=\overline{1,m}$,

b_i - disponibilul resurselor i, care se află în posesia producătorului monopolist.

Se consideră că prețul la bunul j, $c_j(y_j)$, descreşte liniar in raport cu y_j:

$$c_j(y_j)=\overline{c_j}-(\overline{c_j}-\underline{c_j})\cdot(y_j-\underline{y_j})/(\overline{y_j}-\underline{y_j}) \tag{6}$$

Unde: $\underline{c_j}$ - limita inferioară a prețului,

$\underline{y_j}$ - limita inferioară a volumului cererii,

$\overline{c_j}$ - valoarea maximă a prețului,

$\overline{y_j}$ - valoarea maximă a volumului cererii.

Asemenea situațiilor decizionale clasice, se vor analiza două criterii decizionale şi anume:

- Criteriul pesimist, sau criteriul Wald[4];
- Criteriul regretelor, sau criteriul Savage[4].

Criteriul "WALD" sau criteriul pesimist.

Conform acestui criteriu, pentru modelele de producție, scopul decidentului este să identifice acea ofertă care i-ar oferi un profit maxim pentru condițiile cele mai nefavorabile. Varianta optimă care determină profitul maxim, după Wald, se identifică conform următoarei reguli:

$$R_W(x,y) = \min_{Y} R(x,y,Y) \rightarrow \max_{(x,y)} \,, \tag{7}$$

unde Y - domeniul determinat de restricția (4).

Funcția $R_W(x,y)$ are proprietatea să fie concavă în raport cu setul (x,y) pe domeniul $D_x \times D_y$.

Utilizând metoda gradientului generalizat [5,6], se va construi un algoritm care urmează să soluționeze problema de maximizare a funcției $R_W(x,y)$ pe $D_x \times D_y$.

Inițial, se definesc funcțiile de forma :

$$\Phi_i(x_i,y) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} y_j - b_i - x_i,\ i=\overline{1,m}; \tag{8}$$

$$\Phi(x,y) = \max\left\{\Phi_1(x_1,y),...,\Phi_m(x_m,y)\right\} \tag{9}$$

Pentru fiecare $k = 0, 1, ...,$ se lansează un proces de calcul iterativ, care constă în construirea a două şiruri de vectori $\left\{y^k\right\}$ si $\left\{x^k\right\}$ în conformitate cu regulile:

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^k,y^k) \le \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} y^{k+1} = P_{D_y}(y^k + h_k \cdot g_y^k),\ unde\ g_y^k = gradR_y(x^k,y^k,Y^k), \\ x^{k+1} = P_{D_x}(x^k + h_k \cdot g_x^k),\ unde\ g_x^k = gradR_x(x^k,y^k,Y^k). \end{array} \right\}, \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \left(gradR_y(x^k,y^k,Y^k)\right)_j &= c_j(y_j)\cdot \min\left\{y_j;Y_j\right\} + \begin{cases} c_j(y_j),\ dacă\ y_j \le Y_j \\ 0,\quad dacă\ y_j > Y_j \end{cases} - \begin{cases} p_j,\ dacă\ y_j > Y_j \\ 0,\ dacă\ y_j \le Y_j \end{cases} = \\ &= \begin{cases} c_j'(y_j)\cdot y_j + c_j(y_j) - 0,\ dacă\ y_j \le Y_j, \\ c_j'(y_j)\cdot y_j + 0 - p_j,\ dacă\ y_j > Y_j. \end{cases} \end{aligned} \tag{11}$$

$$c_j'(y_j)\cdot y_j = -(\overline{c_j} - \underline{c_j})/(\overline{y_j} - \underline{y_j}), \tag{12}$$

$$\left(gradR_x(x^k,y^k,Y^k)\right)_i = -q_i,\ unde\ i = \overline{1,m}. \tag{13}$$

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^k,y^k) > \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} y^{k+1} = P_{D_y}(y^k - h_k \cdot g_y^k),\ unde\ g_y^k = grad\Phi_y(x^k,y^k), \\ x^{k+1} = P_{D_x}(x^k - h_k \cdot g_x^k),\ unde\ g_x^k = grad\Phi_x(x^k,y^k). \end{array} \right\}, \tag{14}$$

$$\left(grad\Phi_y(x^k,y^k)\right)_j = a_{i^k j},\ i^k = \left\{1,2,3,...\right\} : \Phi_{i^k}(x_{i^k}^k,y^k) = \max\left\{\Phi_1(x_1^k,y^k),...,\Phi_m(x_m^k,y^k)\right\}, \tag{15}$$

$$\left(grad\Phi_x(x^k,y^k)\right)_i = \begin{cases} -1,\ dacă\ i = i^k \\ 0,\ dacă\ i \ne i^k \end{cases}. \tag{16}$$

În acest caz, Y^0 - un element arbitrat din D_Y (de exemplu, generat aleatoriu). Y_j^0 - uniform repartizat pe $\left[\underline{Y_j} \le Y_j \le \overline{Y_j}\right]$.

Pentru fiecare $k \ge 1$, elementul Y^k se determină astfel:

$$Y^k = \begin{cases} Y^{k-1}, \ dacă \ R(x^k, y^k, Y^{k-1}) \le R(x^k, y^k, \tilde{Y}^k) \\ \tilde{Y}^k, \ dacă \ R(x^k, y^k, Y^{k-1}) > R(x^k, y^k, \tilde{Y}^k) \end{cases}. \tag{17}$$

Aici $\tilde{Y}^k$ reprezintă elementul din D_Y generat aleatoriu la iterația k în conformitate cu legea de distribuție $p(dY)$ (care, de exemplu, ar putea fi repartiție uniformă pe domeniul D_Y).

Criteriul " SAVAGE " sau criteriul regretelor.

Conform lui Savage[7,8], regretul reprezintă pierderea suportată de către decident prin neselectarea celei mai bune alternative în raport cu realizarea unei anumite stări a naturii. Problema minimizării funcției scop (numită funcția Savage) este:

$$R_S(x, y) = \max_Y \left(\max_{(x,y)} R(x, y, Y) - R(x, y, Y) \right) \to \min_{(x,y)} \tag{18}$$

Funcția $R_S(x, y)$ este convexă în raport cu (x, y) pe $D_x \times D_y$.

Astfel, în abordarea lui Savage, se consideră următorul algoritm de soluționare a modelului monopolist:

1) În conformitate cu legea de distribuție uniformă pe domeniul D_Y , se generează aleatoriu un set de elemente (acestea reprezintă vectori aleatorii independenți) $Y^1, ..., Y^l, ..., Y^L$, fiind privit, în ansamblu, ca un eșantion din mulțimea D_Y .

2) Se consideră L probleme de optimizare, numite probleme interne

$$R^l(x, y) = R(x, y, Y^l) \to \max_{(x,y)}, \ l = 1, 2, ..., L \tag{19}$$

$$R(x, y, Y^l) = \sum_{j=1}^{n} \left[c_j(y_j) \cdot min\{y_j, Y_j^l\} - p_i \cdot max\{0, y_j - Y_j^l\} \right] - \sum_{i=1}^{m} q_i \cdot x_i \tag{20}$$

cu respectarea condițiilor: $\Phi(x, y) \le 0$; $(x, y) \in D_x \times D_y$

Fie că $(x^*, y^*)^l$ este soluția optimă a problemei $l(l = \overline{1, L})$ și $R^{*l} = \max_{(x,y)} R^l(x, y)$

3) Se consideră următoarea problemă (se va numi și problema externă), care, la drept vorbind, este o aproximare stocastică a criteriului Savage.

$$\tilde{R}_S(x, y) = \max_{1 \le l \le L} \left[R^{*l} - R^l(x, y) \right] \to \min_{(x,y)} \tag{21}$$

4) Se construiesc $L+1$ șiruri de forma :

$\{x^{kl}, y^{kl}\}$, $l=\overline{1,L}$, $\{x^k, y^k\}$, $k = 0, 1, 2, ...$, unde $\left(x^{0l}, y^{0l}\right)$ și $\left(x^0, y^0\right)$ sunt apriori determinate din mulțimea $D_x \times D_y$. Elementele $\left(x^{0l}, y^{0l}\right)$, $l=\overline{1,L}$, $\left(x^0, y^0\right)$ se vor numi puncte de start pentru cele $L+1$ probleme, corespunzător.

5) Se vor determina două șiruri numerice h_k și δ_k :

$$h_k = \frac{H}{(k+1)^\alpha}; \ \delta_k = \frac{\Delta}{(k+1)^\beta}; \ h_k, \delta_k > 0; \ h_k \to 0; \ \delta_k \to 0; \ \alpha + \beta \le 1; \ \sum_{k=0}^{\infty} h_k \delta_k = \infty; \ {h_k}/{\delta_k} \to 0. \tag{22}$$

Remarca: condițiile de determinare a șirurilor h_k și δ_k sunt aplicabile și pentru criteriul WALD.

6) Fie că sunt deja determinate punctele $\left\{x^{kl}, y^{kl}\right\}$, $l=\overline{1,L}$ și $\left\{x^{k}, y^{k}\right\}$. Următoarele elemente $\left\{x^{(k+1)l}, y^{(k+1)l}\right\}$, $l=\overline{1,L}$, $\left\{x^{k+1}, y^{k+1}\right\}$ se calculează în felul următor:

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^{kl}, y^{kl}) \le \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} x^{(k+1)l} = P_{D_x}(x^{kl} + h_k \cdot g_x^{kl}),\ g_x^{kl} = grad_x R^l(x^{kl}, y^{kl}), \\ y^{(k+1)l} = P_{D_y}(y^{kl} + h_k \cdot g_y^{kl}),\ g_y^{kl} = grad_y R^l(x^{kl}, y^{kl}). \end{array} \right\}, \tag{23}$$

$$\left(g_x^{kl}\right)_{i=\overline{1,m}} = \left(grad_x R^l(x^{kl}, y^{kl})\right)_{i=\overline{1,m}} = -q_i, \tag{24}$$

$$\left(g_y^{kl}\right)_{j=\overline{1,n}} = \left(grad_y R^l(x^{kl}, y^{kl})\right)_{j=\overline{1,n}} = \begin{cases} c_j^{'}(y_j^{kl}) \cdot y_j^{kl} + c_j(y_j^{kl}),\ dacă\ y_j^{kl} \le Y_j^l \\ c_j^{'}(y_j^{kl}) \cdot Y_j^l + p_j,\ dacă\ y_j^{kl} > Y_j^l \end{cases}, l=1,2,...,L, \tag{25}$$

$$c_j^{'}(y_j^{kl}) = -(\overline{c_j} - \underline{c_j}) / (\overline{y_j} - \underline{y_j}). \tag{26}$$

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^{kl}, y^{kl}) > \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} x^{(k+1)l} = P_{D_x}(x^{kl} - h_k \cdot g_x^{kl}),\ g_x^{kl} = grad_x \Phi(x^{kl}, y^{kl}), \\ y^{(k+1)l} = P_{D_y}(y^{kl} - h_k \cdot g_y^{kl}),\ g_y^{kl} = grad_y \Phi(x^{kl}, y^{kl}). \end{array} \right\}, \tag{27}$$

$$\left(g_x^{kl}\right)_{i=\overline{1,m}} = \left(grad_x \Phi(x^{kl}, y^{kl})\right)_{i=\overline{1,m}} = \begin{cases} -1,\ dacă\ i=i^k \\ 0,\ dacă\ i \ne i^k \end{cases}, \tag{28}$$

$$unde\ i^k = \left\{1,2,3,...\right\} : \Phi_{i^k}(x_{i^k}^{kl}, y^{kl}) = \max\left\{\Phi_1(x_1^{kl}, y^{kl}), ..., \Phi_m(x_m^{kl}, y^{kl})\right\}$$

$$\left(g_y^{kl}\right)_{j=\overline{1,n}} = \left(grad_y \Phi(x^{kl}, y^{kl})\right)_{j=\overline{1,n}} = a_{i^k j}. \tag{29}$$

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^{k}, y^{k}) \le \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} x^{k+1} = P_{D_x}(x^{k} - h_k \cdot g_x^{k}),\ g_x^{k} = grad_x \tilde{R}_S^k(x^{k}, y^{k}), \\ y^{k+1} = P_{D_y}(y^{k} - h_k \cdot g_y^{k}),\ g_y^{k} = grad_y \tilde{R}_S^k(x^{k}, y^{k}). \end{array} \right\}, \tag{30}$$

$$\left(g_x^{k}\right)_{i=\overline{1,m}} = \left(grad_x \tilde{R}_S^k(x^{k}, y^{k})\right)_{i=\overline{1,m}} = q_i, \tag{31}$$

$$\left(g_y^{k}\right)_{j=\overline{1,n}} = \left(grad_y \tilde{R}_S^k(x^{k}, y^{k})\right)_{j=\overline{1,n}} = \begin{cases} -c_j^{'}(y_j^{k}) \cdot y_j^{k} - c_j(y_j^{k}),\ dacă\ y_j^{k} \le Y_j^{l_k} \\ -c_j^{'}(y_j^{k}) \cdot Y_j^{l_k} + p_j,\ dacă\ y_j^{k} > Y_j^{l_k} \end{cases}, \tag{32}$$

$$unde\ l \in \left\{1,2,...,L\right\} : R^{l_k}(x^{kl_k}, y^{kl_k}) - R^{l_k}(x^k, y^k) = \max_{1 \le l \le L}\left\{R^l(x^{kl}, y^{kl}) - R^l(x^k, y^k)\right\}$$

Aici: $$\tilde{R}_S^k(x^k, y^k) = \max_{1 \le l \le L}\left[R^l(x^{kl}, y^{kl}) - R^l(x^k, y^k)\right] \to \min_{(x,y)}. \tag{33}$$

$$\otimes\ dacă\ \Phi(x^{k}, y^{k}) > \delta_k,\ atunci: \left\{ \begin{array}{l} x^{k+1} = P_{D_x}(x^{k} - h_k \cdot g_x^{k}),\ g_x^{k} = grad_x \Phi(x^{k}, y^{k}), \\ y^{k+1} = P_{D_y}(y^{k} - h_k \cdot g_y^{k}),\ g_y^{k} = grad_y \Phi(x^{k}, y^{k}). \end{array} \right\}, \tag{34}$$

$$\left(g_x^{k}\right)_{i=\overline{1,m}} = \left(grad_x \Phi(x^{k}, y^{k})\right)_{i=\overline{1,m}} = \begin{cases} -1,\ dacă\ i=i^k \\ 0,\ dacă\ i \ne i^k \end{cases}, \tag{35}$$

$$unde\ i^k = \left\{1,2,3,...m\right\} : \Phi_{i^k}(x_{i^k}^{k}, y^{k}) = \max\left\{\Phi_1(x_1^{k}, y^{k}), ..., \Phi_m(x_m^{k}, y^{k})\right\}$$

$$\left(g_y^{k}\right)_{j=\overline{1,n}} = \left(grad_y \Phi(x^{k}, y^{k})\right)_{j=\overline{1,n}} = a_{i^k j}. \tag{36}$$

CONCLUZII.

În condiții de incertitudine, decidentul trebuie să aleagă o oarecare din alternativele existente având doar unele informații cu privire la profitabilitatea lor. În această lucrare se descriu aspectele teoretice ale aplicabilității criteriilor WALD şi SAVAGE, ajustate la problema de maximizare a profitului producătorului monopolist, cu utilizarea directă a tehnicii gradientului generalizat. Algoritmii descrişi au caracter iterativ, iar particularitatea lor constă în „apropierea", cu o oarecare aproximație, de vecinătatea soluției optime care să fie admisibilă pentru toate stările naturii incluse în modelul matematic. Algoritmul descris pentru criteriul pesimist, după cum reiese şi din numele acestuia, este caracterizat prin oferirea unei soluții care, fiind ulterior aplicată, va garanta decidentului un anumit profit, în pofida realizării chiar şi celei mai nefavorabile stări ale naturii. Această abordare ține să asigure producătorul că o eventuală configurație a pieței, chiar şi aproape de incertitudine pură, nu îi va genera careva pierderi. Evident că, pentru situațiile când monopolistul tinde să obțină un profit maxim, dar cuantumul regretului să fie minim, este recomandabil să fie aplicat criteriul SAVAGE. Acesta se deosebeşte de cel al pesimistului, deoarece, scopul problemei este fixat ca fiind minimizarea regretului, care, indirect, presupune construirea ofertei optime care să maximizeze profitul pentru toate stările naturii. Paralel cu soluționarea problemei globale, la fiecare iterație, se soluționează şi aşa numitele „probleme interne", care descriu stările naturii considerate, în particular. Această particularitate a algoritmului, grație integrării cu metoda gradientului generalizat, permite construirea unei noi soluții, la fiecare iterație, care se încadrează în domeniul soluțiilor admisibile dar are trendul de a se apropia de vecinătatea foarte apropiată a soluției optime existente. În cazul SAVAGE, rapiditatea generării unei soluții optime depinde de numărul maxim de iterații pentru care se va rula algoritmul, dar, nu mai puțin important, schema automată de modificare a pasului h_k şi a pragului de toleranță δ_k. Pragul de toleranță reprezintă aproximația pe care decidentul o poate neglija, dar are rolul de a opri algoritmul în momentul în care ea nu depăşeşte o anumită valoare predefinită. Acest element al algoritmului contribuie la reducerea timpului de obținere a unui răspuns şi diminuarea suprasolicitării subsistemului de calcul, pentru atingerea soluției exacte, care, la momentul determinării, poate să nu mai fie actuală.

BIBLIOGRAFIE.

[1] E. Zabel, "Monopoly and Uncertainty". The Review of Economic Studies Vol. 37, No. 2 (Apr., 1970), pp. 205-219;

[2] James D. Dana, Jr., "Monopoly Price Dispersion under Demand Uncertainty". International Economic Review Vol. 42, No. 3 (Aug., 2001), pp. 649-670;

[3] Andrei Gamețchi, Dumitru Solomon, Modelarea matematică a proceselor economice. Editura Evrica, Chişinău – 1998, pp. 164-210, 222-223, 248-253;

[4] Hamdy A. Taha, Operations research an introduction, 3rd edition. London 1982;

[5] Шор Н. З., Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев, „Наукова Думка", 1979;

[6] Anatol Godonoagă, Anatolie Baractari, Modele economice nediferențiabile. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chişinău – 2011, pp. 52-100;

[7] Savage L. J., The theory of statistical decision. J. Amer. Statist. Assoc., 1951, vol. 46, No 1, pp. 55-67;

[8] Ionescu Gh., Cazan E., Negruşa A., Modelarea şi optimizarea deciziilor manageriale. Cluj-Napoca, Editura Dacia, 1999.