# DECISION-MAKING BANK POLICIES UNDER UNCERTAINTY

## POLITICI BANCARE ÎN CONDIȚII DE INCERTITUDINE

***LILIAN GOLBAN, PhD Student***
*Email: golban.lilian@gmail.com*
*Academy of Economic Studies of Moldova*
*MD-2005, Republic of Moldova, Chisinau, 61, Banulescu Bodoni Street,*
*Phone: (+373 22) 22 41 28, www.ase.md*

***Abstract****. In the literature on the banking sector, reference is often made to the problems related to the construction of banking policies appropriate to those situations in which the commercial bank, as an economic player, carries out its activities, aiming to improve financial potential, in conditions of maximum attention to the reaction of the 2 basic environments they face: creditors and debtors. In turn, each economic agent, the depositor, or the loan applicant tends to obtain an interest rate as high as possible and vice versa. This paper proposes an analysis of the optimization of the banking model, in view of the approach from the perspective of Wald and Savage criteria, considering that the volume of the money supply from depositors represents a linear function, increasing in relation to interest rates on deposits, while the volume of supply of funds for lending is a part of the volume of demand for this amount.*
***Keywords****: bank model, bank policies, decision-making process, uncertainty.*

**JEL CLASSIFICATION**: **C02, C61**.

Fie că se consideră că cele două operațiuni de bază ale unei bănci comerciale, prin care se poate majora profiturile proprii, sunt:

- depozitelor bănești - cantitatea acestor oferte (depozite) fiind de $\varphi(\alpha)$ unități monetare la o rată a dobânzii de $\alpha*100$;

- creditelor bănești - o parte din mijloacele bănești disponibile vor fi orientate către activitatea de creditare, unde $\phi(\beta)$ reprezintă cererea la bani din partea debitorilor, cu o rată a dobânzii la creditele de $\beta*100$.

În particular, se admite că $\varphi(\alpha)$ (funcția pentru depunerile de depozite) și $\phi(\beta)$ (funcția cererii la credite) sunt liniare, diferențiabile și descrise, după cum urmează:

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1,\ 0 < \underline{\alpha} \le \alpha \le \overline{\alpha} < 1;$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2,\ 0 < \underline{\beta} \le \beta \le \overline{\beta} < 1;$$

Se consideră $\tau$ - rata de satisfacere a cererii la credite, stabilite prin $\phi(\beta)$.

Din considerente economice, se stabilește că volumul creditelor nu poate depăși valoarea monetară rămasă din diferența sumei totale a depozitelor $\varphi(\alpha)$ și a unor rezerve bancare (numite și "volum strategic") - $\varphi_0 \ge 0$.

Apriori, $\varphi_0$ poate fi indicat expres sau determinat ca o parte anumită din $\varphi(\alpha)$. Astfel, $\tau\phi(\beta) \le \varphi(\alpha) - \varphi_0$. Comportamentul economic al unei bănci comerciale determină ca, pentru asigurarea unui venit comercial $> 0$, să fie considerată doar relația $\alpha < \beta$.

Se presupun următoarele:

- funcția $\varphi(\alpha)$ se postulează de a fi pozitivă și strict crescătoare pe intervalul $\left[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}\right]$. Se constată elementar că $\alpha\varphi(\alpha)$ este convexă pe $\left[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}\right]$.

- funcția $\phi(\beta)$ este pozitivă și strict descrescătoare pe intervalul $\left[\underline{\beta},\overline{\beta}\right]$. De asemenea, se poate demonstra că $\beta\phi(\beta)$ este concavă pe $\left[\underline{\beta},\overline{\beta}\right]$.

Venitul băncii, condiționat de operațiunea de atragere a depozitelor și cea de creditare, dar și de alegerea parametrului $\tau$, se va nota cu $R(\alpha,\beta,\tau)$. Astfel, $R(\alpha,\beta,\tau)=\tau(1+\beta)\phi(\beta)-(1+\alpha)\varphi(\alpha)$

Modelul matematic obținut este:

$$R(\alpha,\beta,\tau)\to\max_{(\alpha,\beta,\tau)}$$

$$\tau\phi(\beta)\le\varphi(\alpha)-\varphi_0$$

$$\Psi=\tau\phi(\beta)-\varphi(\alpha)+\varphi_0=\tau\cdot(-a_2\cdot\beta+b_2)-(a_1\cdot\alpha+b_1)+\varphi_0=-a_2\cdot\beta\cdot\tau+b_2\cdot\tau-a_1\cdot\alpha-b_1+\varphi_0$$

$$(\alpha,\beta,\tau)\in D=\{(\alpha;\beta):\underline{\alpha}\le\alpha\le\overline{\alpha};\underline{\beta}\le\beta\le\overline{\beta};0\le\tau\le1\}$$

Se poate constata că funcția $R(\alpha,\beta,\tau)$ este concavă pe mulțimea D în raport cu $(\alpha,\beta,\tau)$.

Reieșind din linearitatea funcțiilor $\varphi(\alpha)$ și $\phi(\beta)$, inclusiv și modalitatea de definire a funcției $R(\alpha,\beta,\tau)$, se deduce în [Godonoagă A.,2013] că $R(\alpha,\beta,\tau)=\tau[-a_2\beta^2+(b_2-a_2)\beta+b_2]+[-a_1\alpha^2-(a_1+b_1)\alpha-b_1]$, ceea ce confirmă concavitatea funcției $R(\alpha,\beta,\tau)$ în raport cu $(\alpha,\beta,\tau)$.

Fluxurilor monetare de intrare-ieșire, pentru modelul bancar descris anterior, pot fi reprezentate, generic, din punct de vedere grafic, ca în Figura 1.

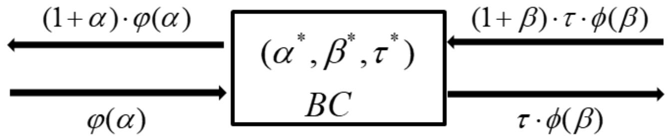


***Figura 1***. Interpretarea grafică a fluxurilor monetare într-o bancă comercială
*Sursa*: elaborat de autor

**Remarcă**: Chiar dacă funcțiile $\varphi(\alpha)$ și $\phi(\beta)$ sunt liniare, devine foarte problematic determinarea unor valori concrete pentru $a_i$, $b_i$, $i=1,2$. Mai degrabă (adecvat) ar fi posibil de indicat anumite intervale de valori posibile ale acestor parametri, $\left[\underline{a_i},\overline{a_i}\right]$; $\left[\underline{b_i},\overline{b_i}\right]$, iar însăși valorile $a_i$ și $b_i$ de considerat ca mărimi incerte pe intervalele respective. Desigur, într-o asemenea abordare, s-ar cere de precizat aspectele decizionale ale băncii comerciale. Spre exemplu, în viziunea manifestării unei prudențe majore, se poate utiliza (aplica) criteriul WALD. În cazul în care managementul băncii comerciale este "sensibil" ori "foarte sensibil" la "regrete", ar putea fi utilizat criteriul lui SAVAGE. Iar în situațiile când decidenții au o anumită înclinație spre optimism, s-ar putea apela la criteriul realismului lui Hurwicz.

Atât rata de satisfacere a cererii $\tau$, cât și valorile $\alpha$ și $\beta$ ar putea fi determinate într-un mod de "înțelegere" a membrilor grupului de decidenți. O variantă argumentată de alegere sau de aplicare în acțiune a acestor factori de decizie, dar și demonstrată științific, s-ar putea baza pe aplicarea unor algoritmi numerici, care ar garanta obținerea unor variante, fie aproximative, dar practic - acceptabile.

În cazurile variantelor Wald și Savage, modelele respective posedă proprietăți "favorabile" de a obține soluții rezonabile în aplicații practice.

**Criteriul WALD**. Considerând incerte valorile coeficienților $a_i$, $b_i$, dar admițând cunoscute intervalele posibile de variație a acestora $\left[\underline{a_i}, \overline{a_i}\right]$; $\left[\underline{b_i}, \overline{b_i}\right]$, politicele băncii comerciale ar putea fi elaborate în diverse viziuni (criterii). în particular, aplicând criteriul Wald, varianta optimă (setul optim) de decizie $(\alpha^*_W(a_i,b_i), \beta^*_W(a_i,b_i), \tau^*_W(a_i,b_i))$ se determină din condiția:

$$R_W(\alpha^*_W(a_i,b_i), \beta^*_W(a_i,b_i), \tau^*_W(a_i,b_i)) = \max_{(\alpha,\beta,\tau)} \min_{(a_i,b_i)} R(\alpha,\beta,\tau)$$

$$\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$$

$$\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$$

$$\Psi(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i) = -a_2 \cdot \beta \cdot \tau + b_2 \cdot \tau - a_1 \cdot \alpha - b_1 + \varphi_0$$

$$(\alpha,\beta,\tau) \in D = \{(\alpha;\beta) : \underline{\alpha} \le \alpha \le \overline{\alpha}; \underline{\beta} \le \beta \le \overline{\beta}; \underline{\tau} \le \tau \le \overline{\tau}\}$$

Pentru comoditate, se poate considera o notație mai comodă și echivalentă pentru $R_W(\alpha^*_W(a_i,b_i), \beta^*_W(a_i,b_i), \tau^*_W(a_i,b_i))$ și anume $R_W(\alpha^*_W, \beta^*_W, \tau^*_W)$.

Conform metodei gradientului generalizat [Godonoagă A.,2011], urmează a se construi un algoritm care va soluționa problema de maximizare a funcției $R_W(\alpha^*_W, \beta^*_W, \tau^*_W)$ pe D.

Inițial, se va considera că $i = 1,2$, iar funcțiile, care descriu comportamentul depunerii de depozite și a solicitării creditelor vor fi $\varphi(\alpha) = a_1 \cdot \alpha + b_1$ și, respectiv, $\phi(\beta) = -a_2 \cdot \beta + b_2$. Interpretările grafice generice ale funcțiilor $\varphi(\alpha)$ și $\phi(\beta)$, pentru cazul când $i = 1,2$, sunt reprezentate în Figurile 2 și 3, după cum urmează:

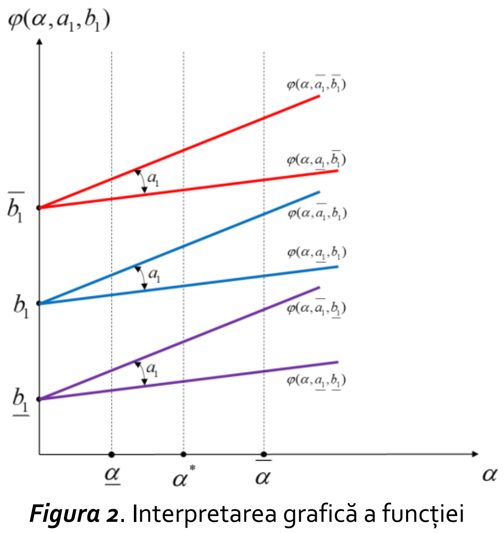

***Figura 2***. Interpretarea grafică a funcției $\varphi(\alpha)$ pentru $i = 1,2$

*Sursa*: elaborat de autor

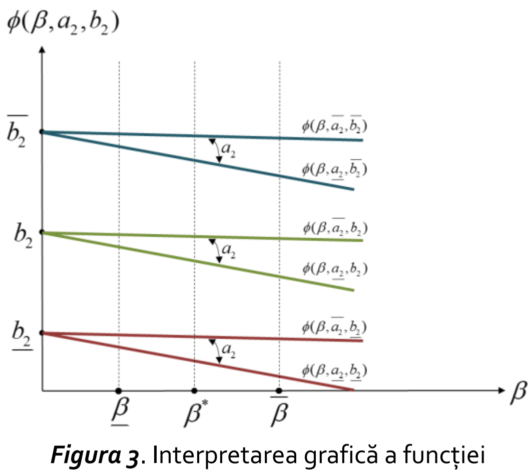

***Figura 3***. Interpretarea grafică a funcției $\phi(\beta)$ pentru $i = 1,2$

*Sursa*: elaborat de autor

Urmează să se realizeze un calcul iterativ, pentru fiecare $k = 0,1,2,\ldots$, în raport cu funcțiile $R(\alpha,\beta,\tau)$ și $\Psi(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)$, unde se generează independent 2 seturi aleatorii $(a_i^R, b_i^R)$ și $(a_i^\Psi, b_i^\Psi)$ respectiv, în corespundere cu o oarecare lege de repartiție (în particular - repartiție uniformă), din intervalele $\left[\underline{a_i}, \overline{a_i}\right]$ și $\left[\underline{b_i}, \overline{b_i}\right]$.

Inițial, se i-a un set de valori, care poate fi arbitrar, $(\alpha^0, \beta^0, \tau^0) \in \left[\underline{\alpha}, \overline{\alpha}\right] \times \left[\underline{\beta}, \overline{\beta}\right] \times [0,1]$ Ulterior, se determină șirurile numerice $\{\alpha^k\}$, $\{\beta^k\}$ și $\{\tau^k\}$, conform regulilor:

$$dac\breve{a}\ \Psi(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) \le \delta_k \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha^{k+1} = P_D(\alpha^k + h_k \cdot g_\alpha^k), \\ \qquad \text{unde } g_\alpha^k = gradR_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) \\ \beta^{k+1} = P_D(\beta^k + h_k \cdot g_\beta^k), \\ \qquad \text{unde } g_\beta^k = gradR_\beta(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) \\ \tau^{k+1} = P_D(\tau^k + h_k \cdot g_\tau^k), \\ \qquad \text{unde } g_\tau^k = gradR_\tau(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) \end{array} \right\};$$

$$gradR_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) = -2 \cdot (a_1^R)^k \cdot \alpha^k - (a_1^R)^k - (b_1^R)^k;$$
$$gradR_\beta(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) = -2 \cdot (a_2^R)^k \cdot \beta^k \cdot \tau^k - (a_2^R)^k + (b_2^R)^k;$$
$$gradR_\tau(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^k, (b_i^R)^k) = -(a_2^R)^k \cdot (\beta^k)^2 + ((b_2^R)^k - (a_2^R)^k) \cdot \beta^k + (b_2^R)^k.$$

$$dac\breve{a}\ \Psi(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) > \delta_k \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \alpha^{k+1} = P_D(\alpha^k - h_k \cdot g_\alpha^k), \\ \qquad \text{unde } g_\alpha^k = grad\Psi_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) \\ \beta^{k+1} = P_D(\beta^k - h_k \cdot g_\beta^k), \\ \qquad \text{unde } g_\beta^k = grad\Psi_\beta(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) \\ \tau^{k+1} = P_D(\tau^k - h_k \cdot g_\tau^k), \\ \qquad \text{unde } g_\tau^k = grad\Psi_\tau(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) \end{array} \right\};$$

$$\begin{aligned} & grad\Psi_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = \\ & = grad\Psi_\alpha(\alpha^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \beta^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \tau^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = ; \\ & = -(a_1^\Psi)^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & grad\Psi_\beta(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = \\ & = grad\Psi_\beta(\alpha^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \beta^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \tau^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = \\ & = -(a_2^\Psi)^k \cdot \tau^k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & grad\Psi_\tau(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = \\ & = grad\Psi_\tau(\alpha^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \beta^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), \tau^k((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k), (a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k) = . \\ & = -(a_2^\Psi)^k \cdot \beta^k + (b_2^\Psi)^k \end{aligned}$$

Pentru situațiile când $k \ge 1$, seturile $((a_i^R)^k, (b_i^R)^k)$ și $((a_i^\Psi)^k, (b_i^\Psi)^k)$ se vor determina astfel:

$$((a_i^R)^k, (b_i^R)^k) = \left\{ \begin{array}{r} ((a_i^R)^{k-1}, (b_i^R)^{k-1}),\ \text{dacă } R(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^{k-1}, (b_i^R)^{k-1}) \le R_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, a_i^R, b_i^R) \\ (a_i^R, b_i^R),\ \text{dacă } R(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, (a_i^R)^{k-1}, (b_i^R)^{k-1}) > R_\alpha(\alpha^k, \beta^k, \tau^k, a_i^R, b_i^R) \end{array} \right\}$$

;

$$((a_i^{\Psi})^k,(b_i^{\Psi})^k)=\begin{cases}((a_i^{\Psi})^{k-1},(b_i^{\Psi})^{k-1}), \text{ dacă } \Psi(\alpha^k,\beta^k,\tau^k,(a_i^{\Psi})^{k-1},(b_i^{\Psi})^{k-1})\ge\Psi(\alpha^k,\beta^k,\tau^k,a_i^{\Psi},b_i^{\Psi})\\ (a_i^{\Psi},b_i^{\Psi}), \text{ dacă } \Psi(\alpha^k,\beta^k,\tau^k,(a_i^{\Psi})^{k-1},(b_i^{\Psi})^{k-1})<\Psi(\alpha^k,\beta^k,\tau^k,a_i^{\Psi},b_i^{\Psi})\end{cases}$$

.

Aici, componentele seturilor $((a_i^R)^k,(b_i^R)^k)$ şi $((a_i^{\Psi})^k,(b_i^{\Psi})^k)$ sunt generate aleatoriu, pe intervalele $\left[\underline{a_i},\overline{a_i}\right]$ şi $\left[\underline{b_i},\overline{b_i}\right]$ corespunzător, la iteraţia $k$, în conformitate cu o oarecare lege de repartiţie (în particular, repartiţie uniformă).

$$h_k=\frac{H}{(k+1)^m};\delta_k=\frac{\Delta}{(k+1)^n};\ h_k,\delta_k>0;\ h_k,\delta_k\to 0;\ m+n\le 1;\sum_{k=0}^{\infty}h_k\delta_k=\infty;\ {h_k}/{\delta_k}\to 0;$$

**Criteriul SAVAGE**. Conform lui Savage [SAVAGE L. J.,1951], dacă venitul garantat este reprezentat de valoarea maximă a funcţiei $r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)=R(\alpha,\beta,\tau)$, care s-ar obţine pentru varianta de decizie $r(\alpha^*(a_i,b_i),\beta^*(a_i,b_i),\tau^*(a_i,b_i))$ notat cu $\max\limits_{(\alpha,\beta,\tau)} r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)$, se defineşte funcţia $\overline{r}(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)=r(\alpha^*(a_i,b_i),\beta^*(a_i,b_i),\tau^*(a_i,b_i))-r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)$ - numită şi funcţia regretelor.

În particular, dacă $i=1,2$, atunci

$$r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)=r(\alpha,\beta,\tau,a_1,b_1,a_2,b_2)=\tau[-a_2\beta^2+(b_2-a_2)\beta+b_2]+[-a_1\alpha^2-(a_1+b_1)\alpha-b_1].$$

Variantele desfăşurate a parametrilor $\alpha^*(a_i,b_i)$, $\beta^*(a_i,b_i)$ şi $\tau^*(a_i,b_i)$ vor fi următoarele: $\alpha^*(a_1,b_1,a_2,b_2)$, $\beta^*(a_1,b_1,a_2,b_2)$ şi respectiv $\tau^*(a_1,b_1,a_2,b_2)$. Pentru comoditate, pot fi utilizate notaţiile următoare: $\alpha^*(a_i,b_i)\equiv\alpha_i^*$, $\beta^*(a_i,b_i)\equiv\beta_i^*$, $\tau^*(a_i,b_i)\equiv\tau_i^*$.

Deci, problema minimizării funcţiei scop Savage se va descrie în forma:

$$R_S(\alpha_S,\beta_S,\tau_S)=\max_{(a_i,b_i)}[\overline{r}(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)]\to\min_{(\alpha,\beta,\tau)\in D}$$

sau

$$R_S(\alpha_S,\beta_S,\tau_S)=\max_{(a_i,b_i)}[r(\alpha^*(a_i,b_i),\beta^*(a_i,b_i),\tau^*(a_i,b_i))-r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)]\to\min_{(\alpha,\beta,\tau)\in D}$$

sau

$$R_S(\alpha_S,\beta_S,\tau_S)=\max_{(a_i,b_i)}[\max_{(\alpha,\beta,\tau)} r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)-r(\alpha,\beta,\tau,a_i,b_i)]\to\min_{(\alpha,\beta,\tau)\in D}.$$

De asemenea, se menţionează că $R_S(\alpha_S,\beta_S,\tau_S)$ este o funcţie convexă în raport cu setul $(\alpha_S,\beta_S,\tau_S)$ pe domeniul D.

Pentru soluționarea modelului propus, se va considera următoarea schemă:

1) În conformitatea cu o oarecare lege de distribuție (în particular - uniformă) pe domeniul D, se generează un set de elemente (fiind și vectori aleatorii independenți) $(a_i,b_i,\tau)^1,\ (a_i,b_i,\tau)^2,...,\ (a_i,b_i,\tau)^l,...,\ (a_i,b_i,\tau)^L$. Orice set $(a_i,b_i,\tau)^l$, $l=\overline{1,L}$, poate fi privit ca un eșantion din mulțimea D. Dacă $i=1,2$, atunci orice set $(a_i,b_i,\tau)^l$ va avea componentele $(a_1,b_1,a_2,b_2,\tau)^l \equiv (a_1^l,b_1^l,a_2^l,b_2^l,\tau^l)$.

2) Se vor considera $L$ probleme de optimizare, numite și "probleme interne". Cu $R^l(\alpha^l,\beta^l,\tau^l)$ se notează $r^l(\alpha^l,\beta^l,\tau^l,a_i^l,b_i^l) \to \max\limits_{(\alpha,\beta,\tau)}$, $l=\overline{1,L}$.

$$r^l(\alpha^l,\beta^l,\tau^l,a_i^l,b_i^l) = \tau^l(1+\beta^l)\phi(\beta^l) - (1+\alpha^l)\varphi(\alpha^l)$$

Fie că $(\alpha^{*l}(a_i^l,b_i^l),\beta^{*l}(a_i^l,b_i^l),\tau^{*l}(a_i^l,b_i^l))$ este soluția optimă a problemei $l=\overline{1,L}$ și $r^{*l} = \max\limits_{(\alpha,\beta,\tau)} r^l(\alpha^l,\beta^l,\tau^l,a_i^l,b_i^l)$, $l=\overline{1,L}$.

3) Se consideră că "problema externă" reprezintă o aproximare stocastică a criteriului Savage, cu forma:

$$R_S^{L+1}(a_i,b_i,\tau) = \max_{1\le l\le L}\left[r^{*l} - r^l\right] \to \min_{(\alpha,\beta,\tau)};$$

$$R_S^{L+1}(a_i,b_i,\tau) = \max_{1\le l\le L}\begin{bmatrix} r^{*l}(\alpha^{*l}(a_i^l,b_i^l),\beta^{*l}(a_i^l,b_i^l),\tau^{*l}(a_i^l,b_i^l),a_i^l,b_i^l) - \\ - r^l(\alpha(a_i^l,b_i^l),\beta(a_i^l,b_i^l),\tau(a_i^l,b_i^l),a_i^l,b_i^l) \end{bmatrix} \to \min_{(\alpha,\beta,\tau)}.$$

4) Se construiesc $L$ șiruri de forma $(a_i^{kl},b_i^{kl},\tau^{kl})$ și un șir $(a_i^k,b_i^k,\tau^k)$, $l=\overline{1,L}$, $k=0,1,...$, unde $(a_i^{0l},b_i^{0l},\tau^{0l})$ și $(a_i^0,b_i^0,\tau^0)$ sunt seturi de start, generate aleatoriu din mulțimea D.

5) Se construiesc două șiruri $h_k$ și $\delta_k$, similar criteriului Wald.

6) Fiind deja determinate punctele $(a_i^{kl},b_i^{kl},\tau^{kl})$, $l=\overline{1,L}$, și $(a_i^k,b_i^k,\tau^k)$, $k=0,1,...$, elementele $(a_i^{(k+1)l},b_i^{(k+1)l},\tau^{(k+1)l})$ și $(a_i^{k+1},b_i^{k+1},\tau^{k+1})$ se vor calcula după cum urmează:

$$dacă\ \Psi(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) \le \delta_k \Rightarrow \begin{Bmatrix} \alpha^{(k+1)l} = P_D(\alpha^{kl} + h_k\cdot g_\alpha^{kl}),\ \text{unde } g_\alpha^{kl} = gradr_\alpha^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) \\ \beta^{(k+1)l} = P_D(\beta^{kl} + h_k\cdot g_\beta^{kl}),\ \text{unde } g_\beta^{kl} = gradr_\beta^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) \\ \tau^{(k+1)l} = P_D(\tau^{kl} + h_k\cdot g_\tau^{kl}),\ \text{unde } g_\tau^{kl} = gradr_\tau^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) \end{Bmatrix};$$

$$\begin{aligned} gradr_\alpha^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) &= gradr_\alpha^l(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = \\ &= -2a_1^{kl}\cdot\alpha^{kl} - a_1^{kl} - b_1^{kl} \end{aligned};$$

$$\begin{aligned} gradr_\beta^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) &= gradr_\beta^l(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = \\ &= -2a_2^{kl}\cdot\beta^{kl}\cdot\tau^{kl} - a_2^{kl} + b_2^{kl} \end{aligned};$$

$$\begin{aligned} gradr_\tau^l(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl},a_i^{kl},b_i^{kl}) &= gradr_\tau^l(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = \\ &= -a_2^{kl}(\beta^2)^{kl} + (b_2^{kl} - a_2^{kl})\beta^{kl} + b_2^{kl} \end{aligned}.$$

$$dacă\ \Psi(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) > \delta_k \Rightarrow \begin{Bmatrix} \alpha^{(k+1)l} = P_D(\alpha^{kl} - h_k \cdot g_\alpha^{kl}),\ \text{unde}\ g_\alpha^{kl} = grad\Psi_\alpha(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) \\ \beta^{(k+1)l} = P_D(\beta^{kl} - h_k \cdot g_\beta^{kl}),\ \text{unde}\ g_\beta^{kl} = grad\Psi_\beta(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) \\ \tau^{(k+1)l} = P_D(\tau^{kl} - h_k \cdot g_\tau^{kl}),\ \text{unde}\ g_\tau^{kl} = grad\Psi_\tau(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) \end{Bmatrix};$$

$$grad\Psi_\alpha(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) = grad\Psi_\alpha(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = -a_1^{kl};$$

$$grad\Psi_\beta(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) = grad\Psi_\beta(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = -a_2^{kl} \cdot \tau^{kl};$$

$$grad\Psi_\tau(\alpha^{kl},\beta^{kl},\tau^{kl}) = grad\Psi_\tau(\alpha^{kl}(a_i^l,b_i^l),\beta^{kl}(a_i^l,b_i^l),\tau^{kl}(a_i^l,b_i^l)) = -a_2^{kl} \cdot \beta^{kl} + b_2^{kl}.$$

## CONCLUZIE

În această lucrare se descriu aspectele teoretice ale aplicabilității criteriilor WALD și SAVAGE, ajustate la problema de maximizare a profitului unei bănci comerciale cu utilizarea directă a tehnicii gradientului generalizat. Algoritmul descris pentru criteriul pesimist, este caracterizat prin oferirea unei soluții care, fiind ulterior aplicată, va garanta, pentru instituția bancară, un anumit profit, în pofida realizării chiar și celei mai nefavorabile stări ale naturii. Evident că, pentru situațiile când se tinde să se obțină un profit maxim, dar cuantumul regretului să fie minim, este recomandabil să fie aplicat criteriul SAVAGE. Există certitudinea că implementarea acestor algoritmi, în activitatea practică a unei instituții bancare, ar putea oferi rezultate efective pentru scopul definit și, de asemenea, ar reprezenta un suport temeinic în procesul de luare a deciziilor atât la etapa de creditare, cât și cea de atragere a deponenților.

**BIBLIOGRAFIE.**

[1] GODONOAGĂ A., GURGHIŞ M. A dynamic model for bank portfolio management. In: Mathematics &Information Technologies: Research and Education (MITRE -2013)" : conf. intern., 18-22 august 2013. Chișinău, 2013. pp. 47-48;

[2] GODONOAGĂ A., BARACTARI A., Modele economice nediferențiabile. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chișinău – 2011, pp. 52-100;

[3] SAVAGE L. J., The theory of statistical decision. J. Amer. Statist. Assoc., 1951, vol. 46, No 1, pp. 55-67.