ALGORITM DE AJUSTARE A FLUZURILOR DE INTRARE ŞI IEŞIRE ÎNTR-UN PROCES DE PRODUCŢIE

BLANUŢA ŞTEFAN, *drd.,*
GODONOAGĂ ANATOL, *conf. univ., dr.*

Academia de Studii Economice a Moldovei,
str.Banulescu-Bodoni 61, MD-2005, Chişinău, Republica Moldova

Abstract
This paper considers an undifferentiated model of production systems aimed at maximizing profit, considering that resources can be procured from multiple markets and goods in their turn can be traded on different markets as well. At the same time, for the described model it is proposed, based on the generalized gradient method, a numerical algorithm which iteratively adjusts the inputs of the system at its outputs, obtaining in the limit variant the optimal values of these flows.

Keywords*: Profit, non-differentiable model, algorithm, generalized gradient.*

JEL CLASSIFICATION: **C02, C61.**

Metoda modelării matematice este una dintre metodele fundamentale ale ciberneticii economice [Scarlat E., 2003]. Sistemele de producţie ocupă un loc foarte de important în gama sistemelor cibernetico – economice. Funcţionarea eficientă a sistemului de producţie (întreprinderii) în unele cazuri se descrie prin modele elementare, cum ar fi modelele liniare, iar în alte situaţii- prin modele neliniare, care, totodată, poartă şi un caracter nediferenţiabil. Adică funcţia – scop , sau în unele restricţii, funcţiile respective sunt nediferenţiabile în raport cu factorii de decizie.

Modelele neliniare corespunzătoare sunt destul de complexe şi pot fi soluţionate efectiv aplicând anumite modificări şi generalizări ale metodelor de optimizare nediferenţiabilă [Шор Н., 1979]. Algoritmul de soluţionare a problemelor în cauză, în acest scop, utilizează subgradienţii funcţiei – scop în cazul în care restricţiile se îndeplinesc cu o anumită aproximaţie, iar în cazul nerespectării acestora, se utilizează în calitate de direcţie de deplasare, subgradienţii funcţiilor din anumite restricţii, abaterea cărora depăşeşte plafonul ‘admisibil’.

Cazul A

Toţi factorii de producţie sunt procuraţi de pe aceeaşi piaţă şi toate bunurile şi toate bunurile comercializate pe o unică piaţă. Modelul respectiv are următorul aspect:

$$R(u,x,y) = \sum_{j=1}^{n} v_j(u_j, y_j) - \sum_{i=1}^{m} r_i x_i \rightarrow \max\,(\mathrm{u,x}), \quad (1)$$

unde : $v_j(u_j, y_j) = c_j \min\{u_j, y_j\} - p_j \max\{0\,; u_j - y_j\} - q_j \max\{0\,; y_j - u_j\}$, sau :

$$v_j(u_j, y_j) = \begin{cases} c_j u_j, & dacă\ u_j = y_j \\ c_j u_j - q_j(y_j - u_j), & dacă\ u_j < y_j \\ c_j u_j - p_j(u_j - y_j), & dacă\ u_j > y_j \end{cases}$$

Remarcă: $v_j(u_j, y_j)$ reprezintă venitul pe care l-ar primi întreprinderea, în condiţia că oferă u_j unităţi de produs de tip ***j***, cererea la acest produs fiind de y_j unităţi.

Restricţiile modelului sunt:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j \leq b_i + x_i, \qquad \mathrm{i} = 1,\mathrm{m} \qquad (2)$$

$$0 \leq \underline{u_j} \leq u_j \leq \overline{u_j} \qquad (3)$$

$$0 \leq x_i \leq \overline{x_i}\ , \qquad \mathrm{i} = \overline{1,m} \qquad (4)$$

Aici: u_j – variabila de decizie – cantitatea ofertei bunului *j* care urmează de a fi determinată;
y_j – cererea pentru bunul *j*;
v_j – venitul unitar (venitul obţinut prin comercializarea unei unităţi de produs *j*);
x – cantitatea de resurse care urmează a fi procurată;
r_i – preţul resursei *i*;
a_{ij} – coeficienţii tehnologici;
b_i – disponibilul resursei *i*.

Descrierea succintă a algoritmului de soluţionare a modelului (1) – (4). Iniţial se definesc funcţiile:

$$\varphi_i(u, x_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j - b_i - x_i$$

$$\varphi(u, x) = max\{\varphi_1(u, x_1), \dots, \varphi_m(u, x_m)\}$$

Se consideră mulţimile:

$$U = \left\{u = (u_1, \dots, u_j, \dots, u_n): \underline{u_j} \le u_j \le \overline{u_j}\ , j = \overline{1, n}\right\}$$

$$X = \left\{x = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_m): 0 \le x_i \le \overline{x_i}\ , i = \overline{1, m}\right\}$$

Algoritmul constă în determinarea a două şiruri $\{u^k\}$ şi $\{x^k\}$ în conformitate cu următaorele reguli:

$$\left.\begin{array}{ll} u^{k+1} = P_U(u^k + h_k g_u^k), & \text{unde } g_u^k = g \\ x^{k+1} = P_X(x^k + h_k g_x^k), & \text{pentru } g_x^k = grad\, R_x(u^k, x^k, y) \end{array}\right\rangle \quad \text{dacă } \varphi(u^k, x^k) \le \delta_k$$

$$\left.\begin{array}{ll} u^{k+1} = P_U(u^k - h_k g_u^k), & \text{pentru } g_u^k = grad\, \varphi_u(u^k, x^k) \\ x^{k+1} = P_X(x^k - h_k g_x^k), & \text{pentru } g_x^k = grad\, \varphi_x(u^k, x^k) \end{array}\right\rangle \quad \text{dacă } \varphi(u^k, x^k) > \delta_k$$

Referitor la şirurile numerice $\{h_k\}$ şi $\{\delta_k\}$ [Godonoagă A., 2011], se presupun îndeplinite următoarele condiţii :

$$h_k > 0\ , h_k \to 0\ , \delta_k > 0\ , \delta_k \to 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} h_k \delta_k = \infty\ , h_k / \delta_k \to 0$$

Respectarea cărora ţine să asigure convergenţa şirurilor $\{u^k\}$ şi $\{x^k\}$ descrise anterior, către input-ul optimal şi output-ul optimal corespunzător.

Cazul B

Fiecare factor de producţie $\boldsymbol{i}$ ar putea fi procurat de pe mai multe pieţe dintr-un număr oarecare dat $\boldsymbol{m_i}$ pieţe. Produsul de tipul $\boldsymbol{j}$ ar putea fi realizat pe câteva din cele $\boldsymbol{n_j}$ pieţe.

Remarcă: $\boldsymbol{m_i}$ şi $\boldsymbol{n_j}$ fiind numere cunoscute.

Cu aceste precizări modelul (1) – (4) de mai sus obţine următorul aspect : (1’) – (6’)

$$R(u, x, y) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{n_j} v_j^l\ (u_j^l, y_j^l) - \sum_{i=1}^{m} \sum_{s=1}^{m_i} r_i^s\, x_i^s \ \to \max\ (\mathrm{u,x}) \quad (1')$$

În acest caz :

$$U = (u_1^1, \dots u_1^{n_1}; \dots; u_j^1, \dots, u_j^{n_j}; \dots; u_n^1, \dots u_n^{n_n})$$

$$X = (x_1^1, \dots x_1^{m_1}; \dots; x_i^1, \dots, x_i^{m_i}; \dots; x_m^1, \dots x_m^{m_m})$$

Restricţiile în noul model sânt următoarele:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l \le b_i + \sum_{s=1}^{m_i} x_i^s \ , \ i = 1,2,..,m \ (2')$$

$$0 \le \underline{u_j} \le \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l \le \overline{u_j} \ , \ j = \overline{1,n} \ (3')$$

$$0 \le u_j^l \le \overline{u_j} \qquad (4')$$

$$0 \le x_i^s \le \overline{x_i^s} \ , \qquad s = \overline{1,m_i} \ ; \ i = \overline{1,m} (5')$$

Similar se definesc funcţiile :

$$\varphi_i(u, x_i^1, \dots, x_i^{m_i}) = \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{n_j} a_{ij} u_j^l - b_i - \sum_{s=1}^{m_i} x_i^s \ , i = 1, 2, \dots, m$$

Pentru aplicarea algoritmului mai e necesar de a defini suplimentar următoarele funcţii:

$$\underline{\Psi_j}\left(u_j^1, \dots, u_j^{n_j}\right) = \underline{u_j} - \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l$$

$$\overline{\Psi_j}\left(u_j^1, \dots, u_j^{n_j}\right) = \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l - \overline{u_j} \quad ,j = \overline{1,n}$$

Evident, în varianta admisibilă, valorile tuturor acestor funcţii trebuie să fie mai mici sau egale cu zero:

$$\underline{\Psi_j}(u_j) \le 0 \ ; \ \overline{\Psi_j}(u_j) \le 0 \ , \ j = 1, 2, \dots, n \quad (6')$$

Pentru soluţionare modelului (1’) – (5’) se pot aplica tehnicile din algoritmul cazului A, având totodată în vedere respectarea şi a restricţiilor (6’) cu acelaşi plafon de abatere δ_k.

CONCLUZII

În lucrare se pune accentul pe modele nediferenţiabile care descriu funcţionarea sistemelor de producţie în regim optimal. Complexitatea unor asemenea modele nu permite utilizarea metodelor analitice în studiul şi, cu atât mai mult, în soluţionarea acestora. Variante aproape de cele optimale pot fi obţinute doar prin aplicarea algoritmelor numerici de optimizare nediferenţiabilă în care se foloseşte aşa numitul principiu „conectare – deconectare”, acesta constând în implicarea în algoritm a restricţiilor neîndeplinite, iar în cazul respectării acestora se conectează funcţia – scop.

BIBLIOGRAFIE:

1. Emil Scarlat, Nora Chiriţa. Cibernetica sistemelor economice. Bucureşti 2003.
2. Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. Киев, "Наукова Думка", 1979.
3. A. Godonoagă, A. Baractari. Modele economice nediferenţiabile. Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chişinău, 2011.