MODEL ŞI ALGORITM STOCASTIC DE PROIECTARE A OFERTEI ÎN SISTEMELE DE PRODUCȚIE ÎN CAZUL CERERII ALEATOARE

BLANUȚA Ştefan
GODONOAGĂ Anatol
Academia de Studii Economice a Moldovei,
Republica Moldova, Chişinău, Bănulescu Bodoni, 61,
tel. (+373) 22 41 28, www.ase.md
Email: stefan.blanuta@gmail.com
anagodon22@yahoo.com

Abstract. *The paper considers some decision-making aspects of the production systems that operate under risk conditions. The risk being conditioned by the random nature of the demand with respect to the offered goods. In order to identify the optimal decision variant, a numerical algorithm based on the generalized gradient method is proposed.*

Keywords*: Profit, non-differentiable model, algorithm, generalized gradient.*

JEL CLASSIFICATION*: C02, C61.*

Fiecare agent economic, în mod raţional, ţine să-şi eficientizeze, într-un anumit sens, activitatea sa. Referitor la producătorul care procură resurse pentru a le transforma în anumite bunuri, iar cererea pe piaţă la aceste bunuri are natură aleatorie, acesta, evident are de suportat anumite riscuri, indiferent ce scop final îşi propune. În modelul matematic corespunzător se presupune că atât volumele de ofertă a produselor, cât şi cantitățile de resurse, care urmează de a fi achiziționate, sunt mărimi deterministe, valorile cărora urmează de a fi calculate reieşind din maximizarea profitului mediu. Totodată, în acest scop, s-a elaborat un algoritm numeric, care ia în cosiderare preferințele producătorului, dar şi comportamentul aleatoriu al cererii. Modelul poate fi utilizat la luarea deciziilor în cadrul sistemelor de producție care se confruntă cu situațiile de risc, destul de frecvente în mediul economic.

Astfel, profitul mediu optimal, pe care l-ar putea obține producătorul, se exprimă în forma:

$$\max_{u\,x}\left[M_y(R(u,x,y))\right] \qquad (1)$$

În [1][2][3] se consideră modele deterministe similare in care decizia tine de determinarea intrarilor si iesirilor sistemelor de productie , cererea la bunuri fiind apriori cunoscută.

Cazul A. Toți factorii de producție sunt procurați de pe aceeaşi piață şi toate bunurile comercializate pe o unică piață. Funcția $R(u,x,y)$ în acest caz are următorul aspect:

$$R(u,x,y) = \sum_{j=1}^{n} v_j\left(u_j, y_j\right) - \sum_{i=1}^{m} r_i\, x_i \quad (2)$$

unde : $v_j(u_j, y_j) = c_j \min\{u_j, y_j\} - p_j \max\{0 ; u_j - y_j\} - q_j \max\{0 ; y_j - u_j\}$, sau :

$$v_j\left(u_j,y_j\right) = \begin{cases} c_j u_j \qquad\qquad , & dacă\; u_j = y_j \\ c_j u_j - q_j\left(y_j - u_j\right), & dacă\; u_j < y_j \\ c_j u_j - p_j\left(u_j - y_j\right), & dacă\; u_j > y_j \end{cases}$$

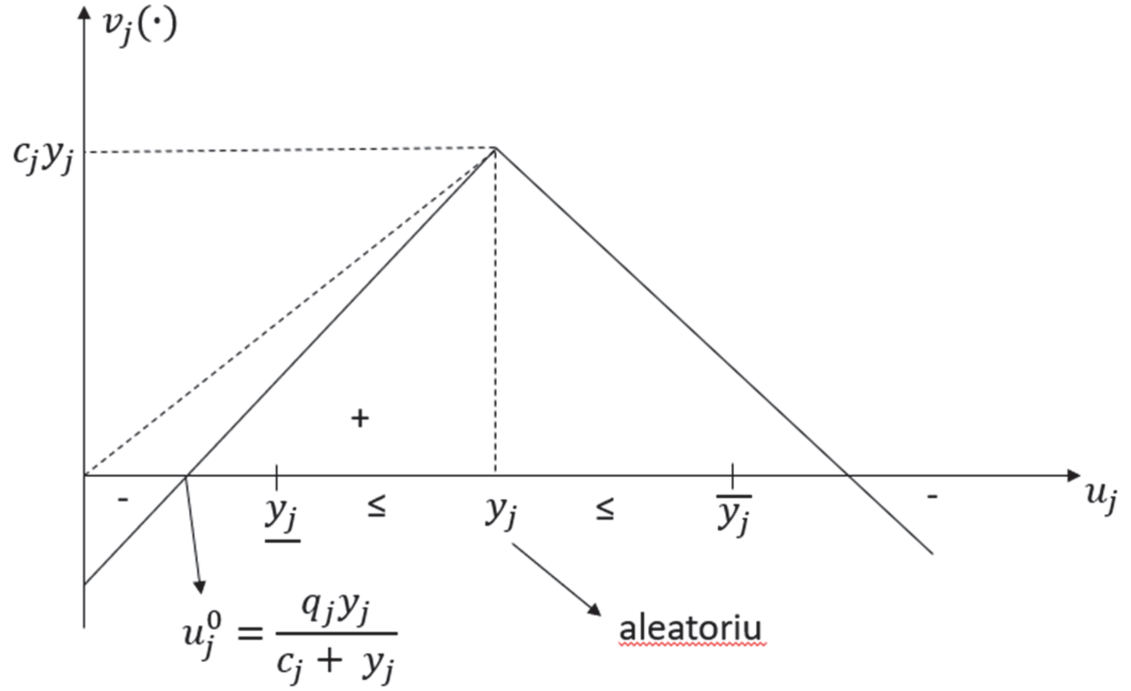

Fig. 1 Reprezentarea grafică a funcției

Remarcă : $v_j(u_j, y_j)$ reprezintă venitul pe care l-ar obține întreprinderea, în condiția că oferă u_j unități de produs de tip $\boldsymbol{j}$, cererea la acest produs fiind de y_j unități.

Restricțiile modelului sunt cu caracter determinist, şi anume:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\, u_j \leq\ b_i + x_i, \mathrm{i}\ =\ 1, \mathrm{m} \qquad (3)$$

$$0\ \leq\ \underline{u_j}\ \leq\ u_j\ \leq\ \overline{u_j} \qquad (4)$$

$$0\ \leq\ x_i\ \leq\ \overline{x_i}\ ,\qquad \mathrm{i}\ =\ \overline{1, m} \qquad (5)$$

Aici : u_j – vatriabila de decizie – cantitatea bunului j care urmează de a fi oferită pe piaţă;
y_j – cererea la bunul j ; c_j – venitul unitar obţinut prin comercializarea unei unităţi de produs $\boldsymbol{j}$;
x_i – cantitatea de resurse care urmează a fi procurată; r_i – preţul resursei i ;
a_{ij} – coeficienţii tehnologici ; b_i – disponibilul resursei i.

Descrierea succintă a algoritmului de soluţionare a modelului (1) – (5). Iniţial se definesc funcţiile :

$$\varphi_i(u, x_i) =\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} u_j -\ b_i -\ x_i\ , \varphi(u, x) = max\{\varphi_1(u, x_1), \dots, \varphi_m(u, x_m)\}$$

Se consideră domeniile :

$$U =\ \left\{u = (u_1, .., u_n): \underline{u_j} \leq u_j \leq \overline{u_j}\ , j = \overline{1, n}\right\}, X = \left\{x = (x_1, .., x_m): 0 \leq x_i \leq \overline{x_i}\ , i = \overline{1, m}\right\}$$

Algoritmul, în realizarea sa e de natură aleatorie şi constă în determinarea a două şiruri vectoriale $\{u^k\}$ şi $\{x^k\}$ în conformitate cu următoarele reguli:

$$u^{k+1} = P_U(u^k + h_k g_u^k),\ unde\ g_u^k = grad\ R_u(u^k, x^k, y^k)\ dacă\ \varphi(u^k, x^k) \leq\ \delta_k,$$
$$x^{k+1} = P_X(x^k + h_k g_x^k),\ unde\ g_x^k = grad\ R_x(u^k, x^k, y^k)\ dacă\ \varphi(u^k, x^k) \leq\ \delta_k,$$
$$u^{k+1} = P_U(u^k - h_k g_u^k),\ unde\ g_u^k = grad\ \varphi_u(u^k, x^k)\ dacă\ \varphi(u^k, x^k) >\ \delta_k,$$
$$x^{k+1} = P_X(u^k - h_k g_x^k),\ unde\ g_x^k = grad\ \varphi_x(u^k, x^k)\ dacă\ \varphi(u^k, x^k) >\ \delta_k,$$

y^k reprezintă varianta de realizare independentă a cererii y în rezultatul simulării cu numărul k.

Referitor la şirurile numerice $\{h_k\}$ şi $\{\delta_k\}$ [3], se presupun îndeplinite următoarele condiții :

$$h_k > 0 \,, h_k \to 0 \,, \delta_k > 0 \,, \delta_k \to 0$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} h_k \delta_k = \infty \ , h_k/\delta_k \to 0,$$

respectarea cărora ține să asigure convergența sirurilor $\{u^k\}$ şi $\{x^k\}$, descrise anterior, cu probabilitatea 1, către variantele deterministe de output şi de input optimal, corespunzător.

Cazul B.Fiecare factor de producție *i* ar putea fi procurat de pe mai multe piețe dintr-un număr oarecare dat m_i piețe. Produsul de tipul *j* ar putea fi realizat pe câteva din cele n_j piețe.

Remarcă : m_i şi n_j se consideră numere cunoscute.

Cu aceste precizări modelul (1) – (5) de mai sus se prezintă în aspectul (1), (2′)– (7') :

$$R(u,x,y) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n_j} v_j^l\left(u_j^l, y_j^l\right) - \sum_{i=1}^{m}\sum_{s=1}^{m_i} r_i^s\, x_i^s \,,\ (2')$$

$$u = \left(u_1^1, \dots u_1^{n_1}; \dots; u_j^1, \dots, u_j^{n_j}; \dots; u_n^1, \dots u_n^{n_n}\right), x = (x_1^1, \dots x_1^{m_1}; \dots; x_i^1, \dots, x_i^{m_i}; \dots; x_m^1, \dots x_m^{m_m})$$

Restricțiile în modelul nou au următorul aspect :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l \ \le b_i + \sum_{s=1}^{m_i} x_i^s \ ,\ i = 1,2,..,m \quad (3')$$

$$0 \le \underline{u_j} \le \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l \ \le \overline{u_j} \,,\ j = \overline{1,n} \qquad (4')$$

$$0 \le u_j^l \le \overline{u_j} \qquad (5')$$

$$0 \le x_i^s \ \le \overline{x_i^s} \ , s = \overline{1, m_i}\,;\ i = \ \overline{1,m} (6')$$

În mod similar se definesc funcțiile :

$$\varphi_i\left(u, x_i^1, \dots, x_i^{m_i}\right) = \sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n_j} a_{ij} u_j^l - \ b_i - \sum_{s=1}^{m_i} x_i^s \,, i = 1, 2, \dots, m$$

Pentru aplicarea algoritmului mai e necesar de a defini suplimentar următoarele funcții :

$$\underline{\Psi_j}\left(u_j^1, \dots, u_j^{n_j}\right) = \ \underline{u_j} - \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l$$

$$\overline{\Psi_j}\left(u_j^1, \dots, u_j^{n_j}\right) = \sum_{l=1}^{n_j} u_j^l - \ \overline{u_j} \ ,j = \ \overline{1,n}$$

Evident, în varianta admisibilă, valorile tuturor acestor funcții trebuie să fie mai mici sau egale cu zero:

$$\underline{\Psi_j}(u_j) \le 0 \,;\ \overline{\Psi_j}(u_j) \le 0 \,, \qquad j = 1, 2, \dots, n \qquad (7')$$

Pentru rezolvarea modelului (1),(2') – (6') se pot aplica tehnicile din algoritmul cazului A , având totodată în vedere, suplimentar, respectarea restricțiilor (7') cu acelaşi plafon de abatere δ_k.

Concluzii: În cazul cererii aleatoare , modelul stocastic abordat în lucrare reflectă un aspect decizional al întreprinderii care activează în condiții de risc. Algoritmul este capabil să soluționeze probleme reale în care se cunoaşte distribuţia de probabilitate a cererii, sau un mechanism de simulare a scenariilor independente a factorului de cerere la bunuri.

BIBLIOGRAFIE:

[1] A. Baractari, S. Blanuța, A. Godonoagă Algorithm for adjusting input and output in a production process. Proceedings of the 18th International Conference on INFORMATICS in ECONOMY (IE 2019) pag 467 - 472 Bucuresti 2019 ISSN 2284-7472

[2] S. Blanuța, A. Godonoagă Algoritm de ajustare a fluxurilor de intrare si iesire intr-un sistem de productie. Materiale/teze ale conferinței științifice internaționale „Competitivitatea şi Inovarea în Economia Cunoaşterii" pag 43- 45 Chisinau 2018 E-ISBN 978-9975-75-934-2.

[3] A. Godonoagă, A. Baractari . Modele economice nediferențiabile . Aspecte decizionale. Editura ASEM, Chişinău 2011. ISBN 978-9975-75-575-7

[4] Шор Н. З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения , Киев , "Наукова Думка" , 1979