

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОРГАНИЗАЦИИ ТРУДА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
МЕТОДОВ ТЕОРИИ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

ANALYSIS OF THE EFFICIENCY OF THE LABOR ORGANIZATION WITH THE USE  
OF THE METHODS OF THE QUEUEING THEORY

CZU: 330.46

ГАВРИЛЮК Людмила<sup>1</sup>, ВОРОНЦОВА Галина Григорьевна<sup>2</sup>

<sup>1</sup>PhD, конференциар-университар, МЭА, Кишинэу, Молдова;

<sup>2</sup>PhD, доцент, СПбГЭУ, Санкт-Петербург, Россия

E-mail: <sup>1</sup>gavriliucliudmilq@yahoo.com; <sup>2</sup>galina-graf56@mail.ru

**Abstract.** The methods of theory of waiting lines (queueing theory) can be successfully applied to the analysis of the organization of processes in many branches of the national economy. The article examines the possibility of using queueing theory to compare the different forms of work organization of weavers in the weaving. Optimal variants of the organization of labor are identified through the analysis of closed queueing systems.

**Keywords:** analysis, managerial decisions, theory of waiting lines, closed queueing systems, efficiency.

**JEL Classification:** M54, M49

### Введение

Сложный характер рыночной экономики и современный уровень предъявляемых к ней требований стимулируют использование серьезных методов анализа ее теоретических и практических проблем. Одним из основных и наиболее плодотворных методов изучения экономических процессов и объектов стало математическое моделирование. В свою очередь, одним из важных разделов экономико-математического моделирования является теория массового обслуживания, называемая также теория очередей, представляющая собой теоретические основы эффективного конструирования и эксплуатации систем массового обслуживания.

Любой процесс, характеризующийся возникновением потока требований и их удовлетворением или отказом в удовлетворении, представляет систему массового обслуживания (СМО). Системы массового обслуживания встречаются во многих областях экономики (производство, услуги, торговля, связь, техника, др.) и предназначены для многократного использования при выполнении однотипных задач. Если рассматривать предприятие как систему, то сущность функционирования анализируемой системы можно описать процессами переработки определенных входов (информация, материалы, финансовые средства и др.) и получения желаемых выходов (готовые изделия, услуги, информация, прибыль) [3].

Основоположителем теории массового обслуживания, называемой также теорией очередей, считается датский ученый А. К. Эрланг. Являясь сотрудником Копенгагенской телефонной компании, он опубликовал в 1909 году работу «Теория вероятностей и телефонные переговоры», в которой решил ряд задач по теории систем массового обслуживания с отказами [5]. Значительный вклад в создание и разработку общей теории массового обслуживания внес советский математик А. Я. Хинчин, который предложил сам термин «теория массового обслуживания» [6].

В терминах систем массового обслуживания (СМО) описываются многие реальные системы: магазины, системы посадки самолетов, узлы сетей связи, предприятия по оказанию

услуг, производственные участки – любые системы, где возможны очереди и/или отказы в обслуживании.

Принимая управленческие решения о совершенствовании системы обслуживания клиентов (требований), следует оценить изменения в затратах на обеспечение функционирования системы, а также последствия, вызванные ожиданием клиентов в очередях. Можно нанять большее количество сотрудников, которые могут быстро обслуживать, и тогда очереди будут ликвидированы, но, возможно, придется оплачивать простой незанятого делом персонала. Можно сэкономить на количестве рабочих мест, и, соответственно, на расходах на персонал, но тогда клиент может покинуть предприятие, где ему приходится ожидать очереди в получении услуги, и уйти к конкурентам, что приведет к снижению доходов и прибыли.

В борьбу за клиента в современной экономике вкладываются огромные средства. По оценкам западных экономистов, завоевание фирмой нового клиента обходится ей в 6 раз дороже, чем удержание существующих покупателей. А если клиент ушел неудовлетворенным, то на его возвращение приходится потратить в 25 раз больше средств. Во многих случаях неудовлетворенность клиента вызвана неудачной организацией его обслуживания (слишком долгое ожидание в очереди, отказ в обслуживании и т.д.). Использование теории массового обслуживания позволяет фирме избежать подобных неприятностей.

В сфере обслуживания очереди, к сожалению, обычное явление. Это могут быть очередь покупателей в кассу магазина, очередь на обслуживание автомобиля в центре автосервиса, очередь у регистрационной стойки в гостинице и т.п. Все это примеры открытых систем массового обслуживания, когда клиент может уйти.

Что касается производственных процессов, то здесь довольно часто приходится исследовать замкнутые системы массового обслуживания.

Целью данного исследования явилось выявление основных моментов, на которые следует обращать внимание, при анализе эффективности различных форм организации работ многостаночников на предприятиях текстильной промышленности с использованием методов теории массового обслуживания.

## Анализ

В качестве характеристик эффективности функционирования систем массового обслуживания можно выбрать три основные группы (обычно средних) показателей:

### 1. Показатели эффективности использования СМО:

- Абсолютная пропускная способность СМО – среднее число заявок, которое сможет обслужить СМО в единицу времени.
- Относительная пропускная способность СМО – отношение среднего числа заявок, обслуживаемых СМО в единицу времени, к среднему числу поступивших за это же время заявок.
- Средняя продолжительность периода занятости СМО.
- Коэффициент использования СМО – средняя доля времени, в течение которого СМО занята обслуживанием заявок, и т.п.

### 2. Показатели качества обслуживания заявок:

- Среднее время ожидания заявки в очереди.
- Среднее время пребывания заявки в СМО.
- Вероятность отказа заявке в обслуживании без ожидания.
- Вероятность того, что вновь поступившая заявка немедленно будет принята к обслуживанию.
- Закон распределения времени ожидания заявки в очереди.
- Закон распределения времени пребывания заявки в СМО.
- Среднее число заявок, находящихся в очереди.
- Среднее число заявок, находящихся в СМО, и т.п.

3. Показатели эффективности функционирования пары «СМО – клиент», где под «клиентом» понимают всю совокупность заявок или некий их источник. К числу таких показателей относится, например, средний доход, приносимый СМО в единицу времени, и т.п.

При анализе эффективности функционирования системы массового обслуживания в каждом конкретном случае выбирают наиболее подходящие для конкретной СМО показатели эффективности

По признаку удовлетворения требований СМО подразделяются на два типа:

- системы массового обслуживания *с отказами*, когда очередное требование либо удовлетворяется, либо не удовлетворяется и покидает систему (например, функционирование автоматической телефонной связи);

- системы массового обслуживания *с ожиданием*, когда поступившая заявка сразу обслуживается или становится в очередь на обслуживание.

Наиболее типичными для организационных схем, принятых на предприятиях текстильной промышленности, являются замкнутые системы массового обслуживания (СМО) с ожиданием. Замкнутые СМО – это такие системы, поступление потока требований в которых зависит от самой системы. Элемент системы после выполнения своего требования не покидает ее, а возвращается назад и в любой момент времени может послать очередную заявку.

По характеристикам замкнутых систем можно определить, насколько целесообразен индивидуальный или бригадный метод работы, найти расчетную величину простоев оборудования из-за совпадения операций, вычислить коэффициент полезного времени и, в целом, определить наиболее рациональную организацию и специализацию труда производственных рабочих.

Так, в ткацких цехах внутри укрупненной комплексной бригады эффективна организация специализированных звеньев для совместного обслуживания двух зон ткачами.

Для исследования эффективности работы таких бригад-звеньев на предприятиях текстильной промышленности с успехом можно использовать теорию массового обслуживания.

Комплект ткацких станков, обслуживаемых ткачом, является типичным примером СМО с ожиданием. Любой из станков является источником появления требований, а рабочий представляет объект, удовлетворяющий эти требования, то есть, канал обслуживания. Частным примером требований служат самоостановы станков из-за их разладки, или из-за обрывов нити.

На практике, в реальных СМО обычно рассматриваются случайные потоки требований, описываемые различными законами распределения вероятностей. Простейший поток требований с известным параметром  $\lambda$  соответствует пуассоновскому потоку. Как известно, распределение Пуассона характеризуется рядом свойств, делающих его предпочтительным по сравнению с другими законами распределения: это стационарность, ординарность, отсутствие последствий.

При анализе производственных процессов чаще всего приходится сталкиваться со стационарными потоками, т.е. потоками, в которых наблюдается постоянство поступающих требований в единицу времени. Параметр потока  $\lambda$  в стационарном режиме работы имеет одну и ту же величину на любом отрезке времени  $\Delta t$ , и зависит только от периода наблюдений. Этот параметр определяется средним числом требований в единицу времени. Интенсивность потока требований является очень важной характеристикой системы массового обслуживания.

Если распределение вероятностей потока требований не известно, то прежде чем решать задачу массового обслуживания, необходимо на основе эмпирических, т.е. реальных данных для каждой конкретной задачи, найти это распределение. Изучая входящий поток, обычно исследуют распределение промежутков времени между следующими одно за другим поступлениями требований, т. е. регистрируются требования (заявки), в результате чего

находятся промежутки времени между этими требованиями, затем устанавливаются интервалы и осуществляется группировка промежутков по соответствующим интервалам.

Интервал времени между двумя следующими одно за другим требованиями в простейшем потоке распределен по показательному закону с параметром  $\lambda$ . В общем числе статистических наблюдений находят частоту появления того или иного интервала. Затем, определив середину каждого интервала, рассчитывается сумма произведений частот интервалов на середину интервалов. Если эту сумму поделить на количество наблюдений, то можно определить среднее значение промежутка между очередными требованиями и уже по нему рассчитать значение параметра  $\lambda$ .

Окончательно близость эмпирического и теоретического распределения частот проверяется по одному из известных критериев согласия. На практике обычно используется критерий Пирсона  $\chi^2$

Длительность обслуживания, как и интенсивность потока требований, является важнейшей характеристикой СМО. Время удовлетворения очередной заявки на обслуживание представляет по существу трудоемкость операции обслуживания, следовательно, характеризует производительность труда обслуживающего канала. Продолжительность обслуживания заявки определяет пропускную способность СМО.

В реальных условиях длительность обслуживания заявки обычно представляет случайную величину. Даже при условии достаточно однообразной работы продолжительность выполнения одних и тех же трудовых приемов или операций изменяется в значительных пределах и определяется комплексом различных случайных факторов. Например, самоостановы станков в подавляющем большинстве случаев происходят из-за обрывов основной или уточной нитей, а ликвидация этих обрывов занимает более 40% времени работы ткача. Ликвидация же обрыва нити/нитей, осуществляемая ткачом, в зависимости от сложности обрыва может длиться от нескольких секунд до получаса. Так, при обрыве нити в передней части ткацкого станка, когда легко найти концы оборвавшейся нити, ткачу требуется 16 секунд для того, чтобы связать нить и снова запустить станок; при обрыве в зоне ремизок может потребоваться 60 секунд, а при сложном обрыве нитей основы, когда одновременно обрываются десятки, а то и сотни нитей, для ликвидации обрыва может потребоваться гораздо более длительный период времени.

В предположении, что  $P(t)$  является математическим ожиданием числа требований, покидающих канал обслуживания в интервале времени  $\Delta t$ , можно записать:

$$P(t) = \mu \Delta t,$$

где  $\mu$  – некоторая постоянная величина.

В теории массового обслуживания доказано, что если удовлетворенные заявки покидают канал обслуживания согласно условию  $P(t) = \mu \Delta t$ , то продолжительность обслуживания характеризуется показательным распределением.

Пусть зона обслуживания ткача  $H_0$  включает  $m$  ткацких станков. Возникающие в течение рабочей смены самоостановы станков носят случайный характер и распределяются по закону Пуассона, а ликвидация самоостановов рабочим соответствует экспоненциальному закону распределения.

Появление самоостановов характеризуется параметром  $\lambda$  для каждого станка, а ликвидация самоостановов – параметром  $\mu$ . Тогда коэффициент обслуживания оборудования  $\phi$  будет представлять собой отношение параметра  $\lambda$  к параметру  $\mu$ , то есть

$$\phi = \frac{\lambda}{\mu}$$

Численное значение  $\phi$  должно находиться в пределах  $0 < \phi < 1$ , иначе, при  $\phi \geq 1$

система обслуживания нарушится, и рабочий будет не в состоянии выполнить все требования в обслуживающей системе.

Для определения расчетных характеристик работы системы вводятся дополнительные обозначения:

$n$  - число станков, обслуживаемых ткачом при ликвидации самоостановов и остановившихся и ожидающих его;

$v$  - число требований в очереди, т.е. число остановившихся станков и еще не обслуживаемых ткачом.

При одном канале обслуживания число требований в прямом обслуживании  $j$  равно 1 или же, при работе всех станков, 0.

Таким образом, в рассматриваемой СМО возможны два случая:

1) все станки работают ( $n=0$ );

2) ликвидируется самоостанов одного станка, а  $n-1$  станков ждут очереди, т.е.

$$m \geq n \geq 1.$$

При наличии нескольких каналов обслуживания ( $r$ ), как правило,  $m = \sum \Pi_0 r'$ , где

$r' = 1, 2, \dots, r$ , также возможны две ситуации.

При  $r \geq n \geq 1$  имеется  $r - n$  незанятых каналов, а при  $m \geq n > r$  на  $r$  станках происходит ликвидация самоостановов, а  $n - r$  станков ожидают обслуживания.

При числе каналов обслуживания  $r > 1$  допускается  $\varphi > 1$ , так как перенасыщение системы происходит лишь в случае  $\varphi > r$ .

Вероятность  $P_n$  нахождения  $n$  простаивающих станков в СМО при рассматриваемых законах распределения в установившемся режиме может быть определена по следующим формулам:

При  $r > n \geq 0$

$$P_n = \frac{m!}{(m-n)! n!} \times \varphi^n P_0$$

При  $m \geq n > r$

$$P_n = \frac{m!}{(m-n)! n! r^{n-r}} \times \varphi^n P_0$$

В обеих формулах  $\sum P_n = 1, \quad n=0, 1, \dots, m$

При ручном счете удобно использовать рекуррентные формулы.

Пусть  $P_n = a_n P_0$  при  $n=1, 2, \dots, m$ , тогда

$$a_n = P_n / P_0$$

Величина  $a_n$  в пределах  $0 \leq n \leq r$  вычисляется по формуле

$$a_n = \frac{(m-n+1) \varphi}{n} \times a_{n-1}$$

, где  $a_0 = 1$ ;

При  $r \leq n \leq m$

$$a_n = \frac{(m-n+1) \varphi}{r} \times a_{n-1}$$

Вероятность  $P_0$  того, что все станки работают, равна:

$$P_0 = 1 / (1 + \sum a_n)$$

Качество загрузки обслуживаемой системы определяется средними значениями параметров  $v_{med}$  и  $n_{med}$ , средним временем ожидания станка в очереди  $t_{med}$ , временем совпадения операций  $Tc$  и средним числом незанятых каналов (ткачей)  $ro_{med}$ . Средние значения этих параметров вычисляются по формулам:

$$romed = \sum (r - n) P_n, \quad n = 0, 1, \dots, r;$$

$$vmed = \sum (r - n) P_n, \quad n = r+1, r+2, \dots, r;$$

$$nmed = vmed + pmed,$$

где  $pmed$  - среднее число требований, находящихся в обслуживании

$$pmed = r - romed,$$

$$t_{med} = \frac{v_{med}}{\lambda(m - nmed)} \times \frac{\sum (r - n) P_n}{\lambda(m - nmed)},$$

где  $n = r+1, r+2, \dots, r$ ;

$$Tc = c t_{med}$$

Где  $c$  – количество остановов станка, приведенное к единице продукции.

Помимо  $romed$ ,  $vmed$ ,  $nmed$ ,  $t_{med}$  и  $Tc$  можно также определить процент простоя рабочего из-за недостаточного фронта работ ( $Kr$ ):

$$Kr = \frac{ro}{r} \times 100\%$$

Данная методика может быть успешно применена в нормировании труда и в бюджетировании рабочего времени основных рабочих на текстильных предприятиях [1].

Рассмотренная методика исследования эффективности возможных форм организации работ при многостаночном обслуживании была применена авторами для выявления наиболее рациональной формы обслуживания ткацких станков в комплексной бригаде в ткацком производстве хлопчатобумажного комбината «XXX» (бригадир Кику) и в бригаде ткачей (бригадир Павлов) комбината по производству шерстяных тканей «УУУ». (Названия предприятий и фамилии бригадиров изменены) [4].

Бригада помощника мастера Павлова состоит из 5 человек: помощник мастера и 4 ткача. Ткачи этой бригады работают на сверхтиповом обслуживании пяти бесчелночных ткацких станков СТБ при среднеотраслевой зоне обслуживания 4 станка. Вырабатываемый ассортимент – пальтовые и детские ткани 8 наименований.

Для условий, в каких работает бригада Павлова ( $c = 4,5$ ;  $H = 6,8$  м/час;  $Ho = 5$ ;

$b_{med} = 20c$ .) было рассмотрено 6 вариантов организации работ:

1 вариант:  $m = 5$ ,  $r = 1$ ;

2 вариант:  $m = 10$ ,  $r = 2$ ;

3 вариант:  $m = 15$ ,  $r = 3$ ;

4 вариант:  $m = 20$ ,  $r = 4$ ;

5 вариант:  $m = 25$ ,  $r = 5$ ;

6 вариант:  $m = 30$ ,  $r = 6$ .

Для решения задачи была составлена программа на одном из языков программирования. Результаты расчетов по определению среднего времени ожидания станка в очереди  $t_{med}$  и временем простоя из-за совпадения операций  $T_c$  приведены в таблице 1:

Таблица 1. Результаты расчетов для шерстоткачества

Варианты	$t_{med}$	$T_c$
1 вариант	0,93696	4,2163
2 вариант	0,93257	4,1966
3 вариант	0,93469	4,2070
4 вариант	0,93605	4,2138
5 вариант	0,93735	4,2181
6 вариант	0,93798	4,2209

Из данных, приведенных в таблице 1, видно, что организация работ, при которой два ткача совместно обслуживают 10 станков, 3 ткача – 15 станков и 4 ткача – 20 станков, является более эффективной по сравнению с первым вариантом, когда один ткач обслуживает пять станков. Наименьшее время из-за совпадения операций во втором варианте. С чрезмерным увеличением звеньев (5 ткачей совместно обслуживают 25 станков, 6 ткачей – 30 станков) время из-за совпадения операций также увеличивается, и, следовательно, подобная организация работ в данном случае неэффективна.

Бригада помощника мастера Кику вырабатывает хлопчатобумажные ткани: Миткаль, Бязь, Штапель. Так как в хлопкоткачестве зоны обслуживания очень большие, то для каждого вида ткани авторами исследовалось по три варианта организации работ.

Ткань Бязь:

$c = 0,38$ ,  $H = 6,69$  м/час,  $H_0 = 24$ ,  $b_{med} = 19,2$  с

1 вариант:  $m = 24$ ,  $r = 1$ ;

2 вариант:  $m = 48$ ,  $r = 2$ ;

3 вариант:  $m = 72$ ,  $r = 3$ .

Ткань Миткаль:

$c = 0,47$ ,  $H = 4,56$  м/час,  $H_0 = 21$ ,  $b_{med} = 19,5$  с.

1 вариант:  $m = 21$ ,  $r = 1$ ;

2 вариант:  $m = 42$ ,  $r = 2$ ;

3 вариант :  $m = 63$ ,  $r = 3$ ,

Ткань Штапель:

$c = 2,1$ .  $H = 5,82$  м/час,  $H_0 = 18$ ,  $b_{med} = 12,5$  с.

1 вариант:  $m = 18$ ,  $r = 1$ ;

2 вариант:  $m = 36$ ,  $r = 2$ ;

3 вариант :  $m = 54$ ,  $r = 3$ ,

Результаты решения приведены в таблице 2

Таблица 2. Результаты расчетов для хлопкоткачества

Варианты	$t_{med}$	$T_c$
Ткань Бязь		
1 вариант	6,3767	2,4231
2 вариант	6,3767	2,4231
3 вариант	6,3767	2,4231
Ткань Миткаль		
1 вариант	5,1660	2,4283
2 вариант	5,1660	2,4283
3 вариант	5,1660	2,4283
Ткань Штапель		
1 вариант	3,2692	6,8653
2 вариант	3,2692	6,8653
3 вариант	3,2692	6,8653

Из таблицы 2 видно, что в каждом случае, по всем трем вариантам, время простоев станков из-за совпадения операций остается неизменным. Значит, и при больших зонах обслуживания можно создавать бригады-звенья, в которых два ткача совместно обслуживают две зоны или три ткача – три зоны. Эффективность работы таких бригад-звеньев будет определяться социальными факторами: взаимопомощью рабочих друг другу, чувством коллективной ответственности и др.

Таким образом, используя приведенную методику, можно в каждом конкретном случае определить оптимальную численность рабочих в бригаде (звене).

## Заклучение

Теория массового обслуживания может применяться для анализа организации производственных процессов как на предприятиях сферы услуг и гостеприимства, так и на промышленных предприятиях.

С использованием методов теории массового обслуживания могут быть решены задачи по определению оптимальных форм организации работ многостаночников на предприятиях текстильной промышленности.

Проведенные расчеты с использованием теории массового обслуживания подтвердили целесообразность создания внутри бригад ткачей специализированных звеньев для совместного обслуживания двумя ткачами двух зон обслуживания в условиях комбината, производящего шерстяные ткани.

## Библиография

1. Бездудный Ф.Ф., Павлов А.П. Математические методы и модели в планировании текстильной и легкой промышленности. – М.: Легкая индустрия, 1979. – 440 с.
2. Воронцова Г.Г., Гаврилюк Л.А. Прогнозирование и проектирование деятельности предприятий индустрии гостеприимства в новых условиях.
3. Воронцова Г.Г., Гаврилюк Л.А. В сборнике: Актуальные проблемы развития индустрии гостеприимства. материалы XIII Международной научно-практической конференции. 2017. С. 12-15.
4. Воронцова Г.Г. Организация производственных процессов на предприятиях туризма и индустрии гостеприимства. /Г.Г. Воронцова, Г. А. Федоров. учебное пособие – СПб.: ФГБОУВПО «СПГУТД», 2013. – 257 с. ISBN 978-5- 7937-0852-4
5. Гаврилюк Л.А. Научная организация труда основных производственных рабочих на предприятиях текстильной промышленности. – Дис....канд.техн.наук. – Ленинград, 1981. -205 с.
6. Гольдштейн Б.С. Сети связи. – БХВ-Петербург, 2010. – с. 130-132.- ISBN 978-5-9755-0474-4.
7. Хинчин А.Я. Работы по математической теории массового обслуживания/ Под редакцией Б.В. Гнеденко. – М. Физматгиз, 1963. – 236 с.