

330.4:338.53(478)

**METODE ECONOMETRICE
COMPLEXE DE EVALUARE
A PRESIUNILOR INFLAȚIONISTE
ÎN BAZA ACTIVITĂȚII
ECONOMICE**

*Drd. Simion MIJA, ASEM
simionmija@gmail.com*

Un aspect tehnic important, în procesul de modelare a politicii monetare orientate spre stabilitatea prețurilor, este cuprins de tehnicile econometrice utilizate pentru estimarea variabilelor neobservabile. Acest ansamblu de estimări, sporește capacitatea de evaluare a condițiilor monetare, a presiunilor inflaționiste sectoriale, în special a presiunilor inflaționiste din partea activității economice. Metodele econometrice aplicate, în literatura de specialitate, sunt considerate drept metode alternative de estimare, cu rezultat operativ, în vederea fundamentării estimărilor variabilelor neobservabile. În condițiile actuale, când varietatea și accesul la date este omniprezent, factorul complementar este măiestria aplicării metodelor econometrice ce sporește substanțial abilitatea de a extrage din ele valoare adăugată.

Cuvinte-cheie: *presiune inflaționistă, stabilitatea prețurilor, model econometric, filtrul kalman, deviație PIB, filtrul hodrick-prescott.*

JEL: C13, C26, C36, C51.

Introducere

Tendința de creștere a economiei, pe termen lung, este măsurată prin creșterea produsului intern brut real. Aceste creșteri nu sunt constante, de-a lungul ciclului economic există perioade de expansiune, în care creșterea economică înregistrează niveluri ridicate, urmate de perioade de stagnare, în care creșterea economică este lentă sau chiar survin scăderi ale PIB. Aceste fluctuații reprezintă ciclul economic, durata și mărimea

330.4:338.53(478)

**COMPLEX ECONOMETRIC
METHODS FOR EVALUATION
OF INFLATION PRESSURES
BASED ON ECONOMIC
ACTIVITY**

*PhD candidate, Simion MIJA, ASEM
simionmija@gmail.com*

An important technical aspect in the modelling process of the monetary policy oriented towards price stability includes econometric technics used for estimating the unobservable variables. These estimations increase the capacity of assessing the monetary conditions, the sectorial inflationary pressures, namely the inflationary pressures from the economic activity. The applied the econometric methods are considered in specialised literature as alternative estimating methods with operative result in order to provide a basis for the estimation of unobservable variables. In the current conditions where the variety and access to data is omnipresent, the complementary factor is the skill to apply the econometric methods that increase significantly the ability for extracting their added value.

Keywords: *inflationist pressure, price stability, econometric model, Kalman filter, output gap, Hodrick-Prescott filter.*

JEL: C13, C26, C36, C51.

Introduction

The trend of long-term economic growth is measured by real gross domestic product growth. These increases are not constant. Over the business cycle there are periods of expansion, when economic growth remains high, followed by periods of stagnation in which economic growth is slow or even GDP decreases occur. These fluctuations are the economic cycle, duration and size of which varies both from country to country and

căruia variază, atât de la o țară la alta, cât și de la o perioadă la alta, în aceeași țară, ceea ce creează probleme în măsurarea lor.

Fluctuațiile PIB constituie rezultatul unor șocuri asupra cererii agregate sau asupra ofertei agregate. Șocurile asupra cererii influențează totalul veniturilor destinate consumului, aceste tipuri de șocuri pot fi generate, spre exemplu, de măsuri de politică fiscală (modificări de impozite, taxe), de schimbarea condițiilor care influențează economisirea și îndatorarea (modificări ale ratelor dobânzilor) sau de fluctuațiile balanței comerciale (exporturi și importuri). Șocurile asupra ofertei de bunuri și servicii sunt provocate, de regulă, de productivitatea muncii, salarii, dar și de cheltuielile pentru materiile prime, pe care le suportă producătorii [9].

Concurența producătorilor pe piața muncii, scăderea productivității muncii pe fundalul creșterii volumului de muncă determină creșterea costurilor pe producție. Această situație creează presiuni inflaționiste. Producătorii pot decide, din anumite motive, amânarea creșterii prețurilor pe care le practică. În măsura în care aceasta se întâmplă, PIB crește fără ca presiunile inflaționiste create să se materializeze. Odată ce menținerea neschimbată a prețurilor amenință să diminueze semnificativ profiturile, producătorii vor crește prețurile. În acest fel, presiunile acumulate anterior conduc, după un timp, la creșterea prețurilor. În situația în care celelalte condiții din economie rămân nemodificate, creșterea prețurilor are drept rezultat reducerea puterii de cumpărare a consumatorilor și, în consecință, diminuarea cererii de bunuri și servicii. Cum vânzările nu pot depăși cumpărările, procesul se încheie prin ajustarea volumului de producție, a cantității de muncă angajate în producție, la un nivel de echilibru, la care nu există presiuni inflaționiste [8].

Acest nivel al PIB, la care stocul de capital și cantitatea de muncă efectiv angajată în producție se află într-un raport, care nu generează presiuni inflaționiste, este denumit PIB potențial. Întrucât PIB-ul potențial crește în timp datorită progresului tehnic și acumulării de capital fizic și uman, seria cronologică a valorilor sale este numită și trendul PIB.

from one period to another in the same country, which creates problems in their measurement.

GDP fluctuations are the result of shocks on aggregate demand or on aggregate supply. The demand shocks affect the total consumption income, these types of shocks can be generated for example, by fiscal policy measures (changes in taxes, fees), by changing conditions that affect saving and borrowing (interest rate changes) and balance of trade fluctuations (exports and imports). The shocks on the supply of goods and services are usually caused by labour productivity, wages, and the costs of raw materials incurred by producers [9].

The competition between the labour market producers, the decrease of labour productivity in the context of growing workload determines the production costs to rise. This situation creates inflationary pressures. The manufacturers may decide, for some reason, to delay the price increases. To the extent that this happens, GDP grows without the materialization of the created inflationary pressures. Once the maintenance of unchanged prices threatens to significantly reduce the profits, the producers will raise prices. In this way, the previously accumulated pressures lead, after a while, to higher prices. If other conditions in the economy remain unchanged, the increases of prices result in the reduction of consumers' purchasing power and consequently lower demand for goods and services. As the sales cannot exceed the purchases, the process ends by adjusting the production volume, the amount of labour employed in production, to an equilibrium level at which there are no inflationary pressures [8].

This level of GDP, at which the capital stock and actual workload engaged in manufacturing, is at a level that does not generate inflationary pressures, is called potential GDP. Since potential GDP increases over time due to technological progress and the accumulation of physical and human capital, its chronological values series is called GDP trend.

Short-term real GDP can be greater than potential GDP, implying temporary accumulation of inflationary pressures. Since these pressures

Pe termen scurt, PIB-ul real poate fi mai mare decât PIB-ul potențial, ceea ce implică acumularea temporară de presiuni inflaționiste. Întrucât aceste presiuni devin cu atât mai mari cu cât producția crește fără ca prețurile să se modifice, abaterea producției de la PIB-ul potențial, denumită deviația PIB, este utilizată drept măsură sintetică a intensității presiunilor asupra prețurilor acumulate în economie.

Estimarea deviației PIB este o sarcină dificilă, deoarece PIB-ul potențial este o variabilă neobservabilă. Astfel, cunoscând nivelul efectiv al PIB-ului real, nu se poate determina direct ce proporție din acesta reprezintă PIB-ul potențial și, respectiv, deviația PIB.

Metode aplicate

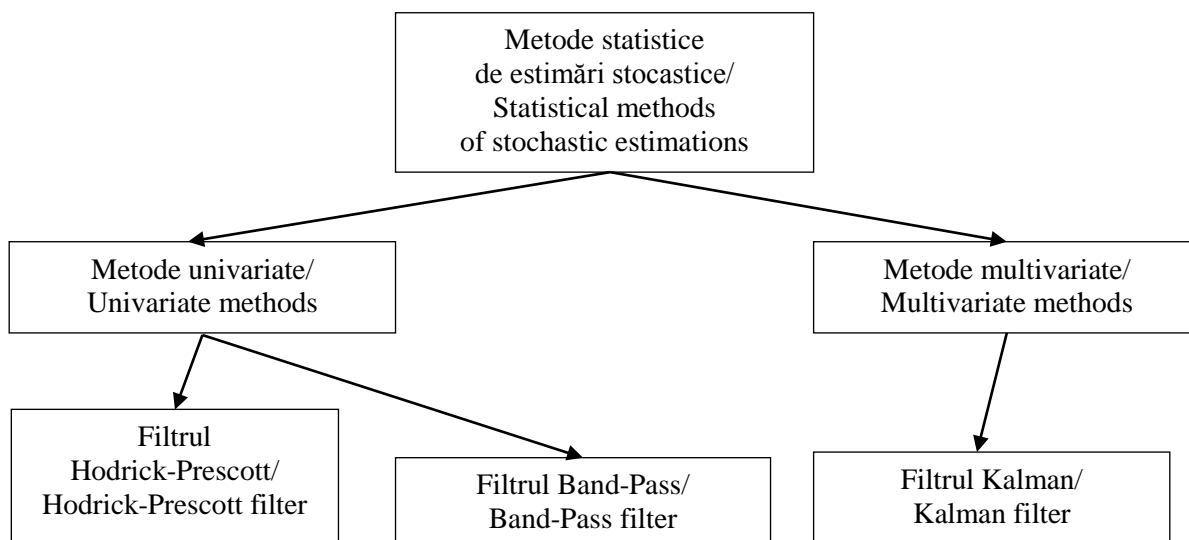
Cadrul setului de instrumente econometrice, care pot fi folosite în vederea estimărilor stocastice, cuprinde metode univariate și multivariate (figura 1).

are even higher as production increases without changes in prices, the deviation of output from potential GDP, called output gap, is used as a synthetic measure of the intensity of pressures on prices gained in the economy.

Estimating the output gap is a difficult task because potential GDP is an unobservable variable. Thus, knowing the actual level of real GDP, it is not possible to directly determine what proportion of this is the potential GDP, and respectively, which is the output gap.

Applied methods

The framework of the set of econometric tools, which can be used for stochastic estimations, includes univariate and multivariate methods (figure 1).



**Figura 1. Metode statistice de estimări stocastice /
Figure 1. Statistical methods of stochastic estimations**

Sursa: elaborată de autor în baza surselor [1]-[4] /
Source: elaborated by the author based on sources [1]-[4]

Filtrul Hodrick-Prescott (HP, introdus de Hodrick și Prescott, 1997) este o metodă univariată de măsurare a tendinței, fiind cea mai des utilizată în studiile economice aplicate [4]. Filtrul HP descompune seria de timp analizată (y_t) într-un trend stocastic (μ_t) și o componentă ciclică, astfel:

Hodrick-Prescott filter (HP, by Hodrick and Prescott, 1997) is a univariate method of measuring the trend, being the most often used in applied economic studies. The HP filter decomposes the analysed time series (y_t) into a stochastic trend (μ_t) and a cyclic component, thus:

$$y_t = \mu_t + c_t, \quad (1)$$

Trendul (μ_t) este determinat astfel, încât să minimizeze pătratul abaterii seriei de la tendință (volatilitatea deviației) și, în același timp, minimizează variația ritmului de creștere a tendinței.

The trend (μ_t) is determined so as to minimize the square deviation of the series from the trend (deviation volatility) and at the same time minimize the variation of the growth of trend.

$$\{\mu_t\}_{t=0}^{T+1} = \text{Min}\{\sum_{t=1}^T (y_t - \mu_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\mu_{t+1} - \mu_t) - (\mu_t - \mu_{t-1})]^2\}, \quad (2)$$

Compromisul dintre cele două obiective, în general contradictorii, este calibrat printr-un multiplicator, λ , care setează ponderile relative ale acestora. O valoare a parametrului λ subunitară, conduce la minimizarea diferenței dintre (y_t) și (μ_t), în timp ce, atunci când λ tinde la infinit, trendul devine o linie dreaptă. Pentru datele trimestriale, valoarea recomandată a parametrului λ este 1600 [5].

The compromise between these two objectives, in general contradictory, is calibrated by a multiplier, λ , which sets their relative weights. A subunit value of the parameter λ , leads to minimizing the difference between (y_t) and (μ_t), while when parameter λ goes to infinity, the trend becomes a straight line. For quarterly data, the recommended value of the parameter λ is 1600 [5].

Filtrul band-pass (BP, introdus de Christiano și Fitzgerald, 1995), descompune seriile de timp în componente cu fluctuații periodice, fiecare dintre componente corespunzând unei anumite periodicități. De exemplu, fluctuațiile care se repetă la o perioadă de patru trimestre corespund componentei sezoniere, iar cele cu perioade de 6-32 de trimestre se consideră că sunt fluctuații ce țin de ciclul economic. Tendințele sunt obținute eliminând din seria brută, supusă filtrării, componentele cu periodicități mai mici de 32 de perioade.

Band-pass filter (BP, by Christiano and Fitzgerald, 1995) decomposes the time series into periodically fluctuating components, each of the components corresponding to a certain periodicity. For example, fluctuations that are repeated over a four-quarter period correspond to the seasonal component and those with periods of 6-32 quarters are considered to be fluctuations related to the economic cycle. Trends are obtained by removing components with periodicities of less than 32 periods from the filtered raw series.

Filtrul Kalman (KF, – introdus de Rudolph E. Kalman, 1960), ϕ devenit popular după publicarea lucrării „*A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*”, în care este descrisă soluția recursivă pentru problemele filtrării liniare a datelor-discrete. Filtrul Kalman este o metodă de filtrare multivariată, care are ca scop producerea valorilor măsurate în timp, în baza zgomotului (variații aleatorii), sau alte erori sau inexactități, care tind să coincidă cu valorile reale efective. Filtrul Kalman reprezintă un set de ecuații matematice, care, în baza unui calcul recursiv, estimează stările în cadrul unui proces, într-un mod prin care este minimizată media pătratică a erorilor (MSE, din *lb. engl. Mean Squared Error*) [10].

Kalman filter (KF, – introduced by Rudolph E. Kalman, 1960) has become popular since the publication of the paper entitled “*A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems*”, which describes the recursive solution for linear discrete data filtering. The Kalman filter is a multivariate filtering method that aims to produce time-based values based on noise (aliasing variations) or other errors or inaccuracies that tend to coincide with real effective values. The Kalman filter is a set of mathematical equations that based on a recursive computation, estimates states within a process, in a way to minimize the *Mean Squared Error (MSE)* [10].

Ecuațiile Filtrului Kalman se despart în două tipuri: ecuații de stare sau de tranziție și ecuații de măsură sau de observație. Ecuațiile de

The equations of the Kalman filter split into two types: state or transition equations, and measurement or observation equations. State or transition equations over time are responsible for

stare sau de tranziție în timp sunt responsabile pentru proiecția în viitor a stării curente și a erorii de covariație estimată pentru a obține estimările a priori pentru pasul următor [11]. Ecuțiile de măsură sau de observație sunt responsabile pentru răspuns – de exemplu, pentru încorporarea unei noi măsurări în estimarea a priori pentru a obține o estimare a posteriori îmbunătățită. Ecuțiile de stare sau de tranziție sunt considerate ca predicții, în timp ce ecuațiile de măsură sau de observație sunt considerate corectoare [7]. Prin urmare, algoritmului de estimare, în forma lui generală, poate fi definit ca un algoritm predictor-corector în rezolvarea problemelor numerice, după cum se arată în figura 2.

the future projection of the current state and estimated covariance error to obtain a priori estimates for the next step [11]. Measurement or observation equations are responsible for the response – for example, to incorporate a new measurement in the a priori estimate to obtain an improved posterior improvement. The state or transition equations are considered as predictions, while measurement or observation equations are considered corrective [7]. Therefore, the general form of the estimation algorithm can be defined as a prediction-correction algorithm in solving numerical problems as shown in figure 2.

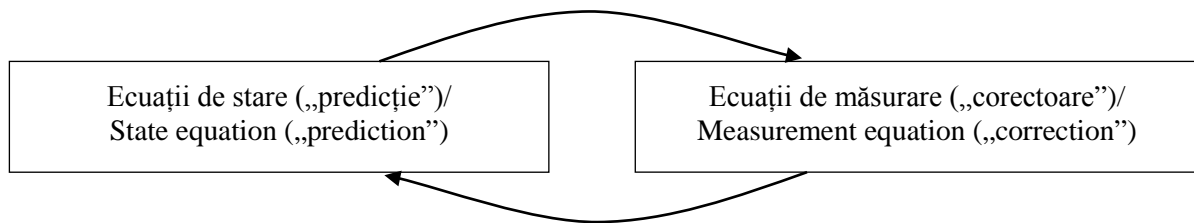


Figura 2. Schema procesului iterativ al filtrului Kalman/ Figure 2. Schematic diagram of the Kalman filter iterative process

Sursa: elaborată de autor în baza sursei [6]/

Source: *elaborated by the author based on source [6]*

Explicarea matematică. Modelele cu componente neobservabile pot fi reprezentate sub forma spațiului stărilor (*l. engl. state space*). Acest mod de reprezentare presupune că dinamica unui vector y_t de variabile observabile cu dimensiunea $(n \times 1)$ poate fi descrisă cu ajutorul unui vector h_t de variabile neobservabile cu dimensiunea $(r \times 1)$. Reprezentarea în spațiul stărilor este de forma următorului sistem de ecuații:

Mathematical explanation. Models with unobservable components can be represented as *state space* form. This representation mode assumes that the dynamics of a vector y_t of variables observable with the size $(n \times 1)$ can be described by means of a vector h_t of variables unobservable with the size $(r \times 1)$. Representation in the state space form, is the form of the following system of equations:

$$y_t = A'x_t + H'h_t + w_t, \quad (3)$$

$$h_{t+1} = Fh_t + v_{t+1}, \quad (4)$$

Unde x_t , are k variabile exogene.
Dimensiunile matricelor sunt:

Where x_t , has k exogenous variables.
The matrix dimensions are:

$$F(r \times r)$$

$$A' = (n \times k)$$

$$H'(n \times r)$$

Ecuția (3) este ecuație de măsură sau de observație și a doua ecuație este ecuație de stare sau de tranziție.

Vectorii w_t și v_t sunt considerați incertitudini (zgomot alb) și:

$$E(w_t w'_t) = R \text{ pentru } t = \tau \text{ sau } 0 \text{ în caz contrar,}$$

$$E(v_t v'_t) = Q \text{ pentru } t = \tau \text{ sau } 0 \text{ în caz contrar.}$$

Dimensiunile matricelor R și Q sunt $(n \times n)$ și respectiv $(r \times r)$.

Adițional $E(v_t w'_t) = 0$, pentru orice t și τ .

Este important de menționat că x_t este matricea variabilelor exogene, ceea ce presupune că nu există informații pentru h_{t+s} sau w_{t+s} pentru $s = 0, 1, 2, \dots$

Sistemul dat este recursiv și necesită date inițiale:

$$E(v_t h'_o) = 0 \text{ pentru oricare } t$$

$$E(w_t h'_o) = 0 \text{ pentru oricare } t.$$

Ecuția de stare sau ecuația de tranziție (4) presupune că vectorul de stare h_t poate fi rescris sub forma unei funcții liniare a sumei tuturor erorilor anterioare:

$$h_t = v_t + Fv_{t-1} + F^2v_{t-2} + \dots + F^{t-2}v_2 + F^{t-1}h_1, \text{ pentru/ for } t > 2.$$

Din ecuațiile anterioare:

$$E(v_t h'_\tau) = 0, \text{ pentru fiecare } \tau < t - 1$$

$$E(w_t h'_\tau) = 0, \text{ pentru fiecare } \tau = 1, \dots, T$$

$$E(w_t y'_\tau) = E(w_t (A'x_\tau + H'h_\tau + w_\tau)') = 0, \text{ pentru fiecare } \tau < t - 1$$

$$E(v_t y'_\tau) = 0, \text{ pentru fiecare } \tau < t - 1.$$

Derivări ale Filtrului Kalman. Pornind de la sistemul de ecuații descris anterior ((3) și (4)):

$$y_t = A'x_t + H'h_t + w_t,$$

$$h_{t+1} = Fh_t + v_{t+1},$$

$$E(w_t w'_t) = R \text{ pentru } t = \tau \text{ sau } 0 \text{ în caz contrar,}$$

$$E(v_t v'_t) = Q \text{ pentru } t = \tau \text{ sau } 0 \text{ în caz contrar.}$$

Matricea variabilelor observabile fiind y_t, x_t .

Equation (3) is a measurement equation or observed and the second equation is state or transition equation.

Vectors w_t and v_t are considered uncertainty (white noise) and:

$$E(w_t w'_t) = R \text{ for } t = \tau \text{ or } 0 \text{ in contrary case,}$$

$$E(v_t v'_t) = Q \text{ for } t = \tau \text{ or } 0 \text{ in contrary case.}$$

Dimensions of matrixes R and Q are $(n \times n)$ and respectively $(r \times r)$.

In addition $E(v_t w'_t) = 0$, for any t and τ .

It is important to note that x_t is the matrix of exogenous variables, which assumes that there is no information for h_{t+s} or w_{t+s} for $s = 0, 1, 2, \dots$

This system is recursive and requires initial data:

$$E(v_t h'_o) = 0 \text{ for any } t$$

$$E(w_t h'_o) = 0 \text{ for any } t.$$

The state equation or transition equation (4) assumes that the state vector h_t can be rewritten as a linear function of the sum of all previous errors:

From previous equations:

$$E(v_t h'_\tau) = 0, \text{ for any } \tau < t - 1$$

$$E(w_t h'_\tau) = 0, \text{ for any } \tau = 1, \dots, T$$

$$E(w_t y'_\tau) = E(w_t (A'x_\tau + H'h_\tau + w_\tau)') = 0, \text{ for any } \tau < t - 1$$

$$E(v_t y'_\tau) = 0, \text{ for any } \tau < t - 1.$$

Kalman filter deviations. Starting from the equation system described previously ((3) and (4)):

$$y_t = A'x_t + H'h_t + w_t,$$

$$h_{t+1} = Fh_t + v_{t+1},$$

$$E(w_t w'_t) = R \text{ for } t = \tau \text{ or } 0 \text{ in contrary case,}$$

$$E(v_t v'_t) = Q \text{ for } t = \tau \text{ or } 0 \text{ in contrary case.}$$

The matrix of the observable variables being y_t, x_t .

În acest caz, pot fi distinse două probleme:
 1. Calcularea F, Q, A, H și R .
 2. Calcularea h_t .
 Să presupunem că cunoaștem prima problemă, în acest caz:

In this case two problems can be distinguished:
 1. Calculation of F, Q, A, H and R .
 2. Calculation of h_t .
 Let's suppose we know the first problem, in this case:

$$h_{t/t-1} = E(h_t/Y_{t-1}),$$

Unde Y_{t-1} reprezintă informația până la perioada t .

$E(y_t/Y_{t-1})$ – forma liniară a h_t pentru Y_{t-1} .

În aceste condiții MSE cu dimensiunea $(r \times r)$ este calculată după formula:

Where Y_{t-1} represents the information up to the period t .

$E(y_t/Y_{t-1})$ is the linear form of h_t for Y_{t-1} .

In this conditions MSE with dimensions $(r \times r)$ is calculated by the formula:

$$P_{t/t-1} = E\left((h_t - h_{t/t-1})(h_t - h_{t/t-1})'\right), \quad (5)$$

Calcularea h_t . Așa cum a fost menționat anterior, sistemul dat este recursiv și necesită date inițiale. În aceste condiții putem scrie:

Calculation of h_t . As mentioned above, the given system is recursive and requires initial data. Under these circumstances, we can write:

$$h_{0/0} = E(h_0),$$

Cu media pătratică a erorilor MSE:

With the mean square of errors MSE:

$$P_{0/0} = E\left((h_0 - h_{0/0})(h_0 - h_{0/0})'\right), \quad (6)$$

În condițiile în care valorile proprii (*lb. engl. eigenvalues*) ale vectorului F sunt situate în interiorul cercului unitar, valoarea așteptată a h_t poate fi calculată incluzând așteptările în ecuația de stare sau de tranziție (4).

Since the *eigenvalues* of the vector F are located inside the unitary circle, the expected value of h_t can be calculated by including the expectations in the state or transition equation (4).

$$E(h_t) = FE(h_{t-1}),$$

În condițiile în care h_t este staționar

As h_t is stationary

$$(I - F)E(h_t) = 0, \\ E(h_0) = 0, \text{ pentru/ for } h_{0/0} = 0.$$

Varianța necondiționată a h_t , poate fi calculată din ecuația de stare sau de tranziție, prin înmulțirea acesteia cu h'_{t+1} și extragerea așteptărilor necondiționate.

The unconditional variance of h_t can be computed from the state or transition equation by multiplying it with h'_{t+1} and extracting unconditional expectations.

$$E(h_{t+1}h'_{t+1}) = E((Fh_t + v_{t+1})(Fh_t + v_{t+1})') = \\ = E((Fh_t + v_{t+1})(h'_t F' + v'_{t+1})) = FE(h_t h'_t)F' + E(v_{t+1}v'_{t+1}), \quad (7)$$

Numim $E(h_t h'_t) = \Sigma$

Call $E(h_t h'_t) = \Sigma$

Ecuția de mai sus poate fi rescrisă sub forma:

The above equation can be rewritten as:

$$\Sigma = F\Sigma F' + Q,$$

Soluțiile acestei ecuații sunt:

The solutions of this equation are:

$$vec(\Sigma) = (I_{r^2} - (F \times F))^{-1} vec(Q), \quad (8)$$

$$vec(P_{1/0}) = (I_{r^2} - (F \times F))^{-1} vec(Q), \quad (9)$$

Până la acest moment, a fost dedusă starea pentru prima observație și incertitudinea aferentă acesteia.

So far, the condition for the first observation and the uncertainty associated with it has been deducted.

În continuare, urmează să fie desfășurat modul în care informația este introdusă în cadrul modelului pentru perioada $t - 1$.

Next, we will describe the way information is introduced as part of the model for period $t - 1$.

Se cunoaște:

Is known:

Y_{t-1} (și care include toate x_t)

Y_{t-1} (and which includes all x_t)

$$E\left(\frac{h_t}{x_t}, Y_{t-1}\right) = E\left(\frac{h_t}{Y_{t-1}}\right) = \hat{h}_{t/t-1},$$

Și se dorește a fi prognozat y_t

And is wanted to be forecasted y_t

În acest sens, este rescrisă ecuația de stare (4).

In this sense, the state equation (4) is rewritten.

$$\hat{y}_{t/t-1} = E\left(\frac{y_t}{x_t Y_{t-1}}\right) = A'x_t + H'E\left(\frac{h_t}{x_t Y_{t-1}}\right) = A'x_t + H'\hat{h}_{t/t-1}, \quad (10)$$

cu erorile de prognoză

with forecast errors:

$$y_t - \hat{y}_{t/t-1} = A'x_t + H'h_t + w_t - A'x_t - H'\hat{h}_{t/t-1} = H'(h_t - \hat{h}_{t/t-1}) + w_t,$$

MSE:

$$\begin{aligned} & E\left(\left(y_t - \hat{y}_{t/t-1}\right)\left(y_t - \hat{y}_{t/t-1}\right)'\right) = \\ & = E\left(\left(H'(h_t - \hat{h}_{t/t-1}) + w_t\right)\left(H'(h_t - \hat{h}_{t/t-1}) + w_t\right)'\right) = H'P_{t/t-1}H + R, \quad (11) \end{aligned}$$

De unde sunt obținute datele cu privire la y_t

Where do you get the data about y_t

După care pot fi actualizate deducerile referitor la $\hat{h}_{t/t}$

After that, deductions can be updated regarding $\hat{h}_{t/t}$

$$\hat{h}_{t/t} = E\left(\frac{h_t}{Y_t}\right),$$

Actualizarea se face în felul următor:

The update is as follows:

$$\hat{h}_{t/t} = \hat{h}_{t/t-1} + \left[E\left(\left(h_t - \hat{h}_{t/(t-1)}\right)\left(y_t - \hat{y}_{t/(t-1)}\right)'\right) E\left(\left(y_t - \hat{y}_{t/(t-1)}\right)\left(y_t - \hat{y}_{t/(t-1)}\right)'\right)^{-1} \right] \left(y_t - \hat{y}_{t/(t-1)}\right), \quad (12)$$

În cazul a două variabile normal distribuite

In the case of two normally distributed variables

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} \right), \quad (13)$$

z_2/z_1 is $N(m, \Sigma)$

Unde/ Where,

$$\begin{aligned} m &= \mu_2 + \Omega_{21}\Omega_{11}^{-1}(z_1 - \mu_1), \\ \Sigma &= \Omega_{22} - \Omega_{21}\Omega_{11}^{-1}\Omega_{12}, \end{aligned} \quad (14)$$

În acest caz, se operează cu un model bivariat, care poate fi reprezentat în următoarea formă:

In this case it is operated with a bivariate model, which can be represented in the following form:

$$\begin{bmatrix} y_t/x_t Y_{t-1} \\ h_t/x_t Y_{t-1} \end{bmatrix} \sim N \left(\begin{bmatrix} A'x_t + H'\hat{h}_{t/(t-1)} \\ \hat{h}_{t/(t-1)} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} H'P_{t/t-1}H + R & H'P_{t/t-1} \\ P_{t/t-1}H & P_{t/t-1} \end{bmatrix} \right), \quad (15)$$

Covarianța fiind calculată din relația:

Covariance being calculated from the relationship:

$$\begin{aligned} E \left((h_t - \hat{h}_{t/(t-1)}) (y_t - \hat{y}_{t/(t-1)})' \right) &= E \left((h_t - \hat{h}_{t/(t-1)}) \left(H' \begin{pmatrix} h_t - \hat{h}_{t/(t-1)} \\ w_t \end{pmatrix} \right)' \right) = \\ &= E \left((h_t - \hat{h}_{t/(t-1)}) (h_t - \hat{h}_{t/(t-1)})' H \right) = P_{t/(t-1)} H, \end{aligned} \quad (16)$$

Cu distribuție, normală a erorilor, filtrul este considerat optimal. În caz contrar, în baza predicției condiționate, filtrul va minimiza media pătratică a erorilor

With normal error distribution, the filter is considered optimal. Otherwise, based on conditional prediction, the filter will minimize the quadratic mean of errors

$$\hat{h}_{t/t} = \hat{h}_{t/(t-1)} + P_{t/(t-1)} H (H' P_{t/(t-1)} H + R)^{-1} (y_t - A'x_t - H' \hat{h}_{t/(t-1)}), \quad (17)$$

și/ and,

$$P_{t/t} = P_{t/(t-1)} - P_{t/(t-1)} H (H' P_{t/(t-1)} H + R)^{-1} H' P_{t/(t-1)}, \quad (18),$$

care va completa filtrarea.

which will complete the filtering.

Estimarea parametrilor prin metoda verosimilității maxime (lb. engl. maximum likelihood). Din cauza naturii unimodale a funcției de probabilitate în fiecare etapă de lucru a filtrului, acesta este foarte vulnerabil la asocierea datelor. Prin urmare, vectorul de stare, odată deplasat spre un indiciu fals, acesta va deveni criteriul de selecție pentru măsurările viitoare, însemnând mai multe date greșite incluse în estimare, până la devierea totală de la țintă.

Estimation of parameters using the maximum likelihood. Because of the unimodal nature of the probability function at each filter stage, it is very vulnerable to data association. Therefore, the status vector once moves to a false index, it will become the selection criterion for future measurements, meaning more mistaken data included in the estimate, up to the total deviation from the target.

Singura măsură obiectivă a utilității măsurării variabilei este verosimilitatea ei, dându-se starea unui obiect urmărit. Această verosimilitate

The only objective measure of utility of measuring the variable is its veracity, giving the status of a tracked object. This veracity is given by the Gaussian probability function, centered on

este dată de Funcția de probabilitate gaussiană, centrată în predicția măsurării variabilei y_t în baza informației Y_{t-1} .

the prediction of the measurement of the variable y_t based on the information Y_{t-1} .

$$\frac{y_t}{Y_{t-1}} \sim N(A'x_t + H'\hat{h}_{t/(t-1)}, H'P_{t/(t-1)}H + R), \quad (19)$$

Aceasta presupune că funcția de probabilitate a $\frac{y_t}{Y_{t-1}}$, care se dorește maximizată este:

This assumes that the probability function of $\frac{y_t}{Y_{t-1}}$ which is maximized is:

$$f_{\frac{y_t}{x_t, Y_{t-1}}} = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} \left| H' \frac{P_t}{t-1} H + R \right|^{-\frac{1}{2}} - \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(y_t - A'x_t + H'\hat{h}_{\frac{t}{t-1}} \right)' * \left(H'P_{t/(t-1)}H + R \right)^{-1} \left(y_t - A'x_t + H'\hat{h}_{\frac{t}{t-1}} \right) \right\}, \quad (20)$$

pentru/ for $t = 1, \dots, T$.

Prin urmare, trebuie maximizată forma logaritmică a funcției de probabilitate

Therefore, the logarithmic form of the probability function must be maximized

$$L = -\frac{Tn}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log \left| H' \frac{P_t}{t-1} H + R \right| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \left(y_t - A'x_t + H'\hat{h}_{\frac{t}{t-1}} \right)' * \left(H'P_{t/(t-1)}H + R \right)^{-1} \left(y_t - A'x_t + H'\hat{h}_{\frac{t}{t-1}} \right), \quad (21)$$

Verosimilitatea pentru prima observație este:

Verisimilitude for the first observation is:

$$L_1 = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log \left| H'P_{\frac{1}{0}}H + R \right| - \frac{1}{2} (y_1 - A'x_1 + H'0)' * \left(H'P_{1/0}H + R \right)^{-1} (y_1 - A'x_1 + H'0), \quad (22)$$

și pentru a doua observație:

and for the second observation:

$$L_2 = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log \left| H'P_{\frac{2}{1}}H + R \right| - \frac{1}{2} (y_2 - A'x_2 + H'\hat{h}_{2/1})' * \left(H'P_{2/1}H + R \right)^{-1} (y_2 - A'x_2 + H'\hat{h}_{2/1}), \quad (23)$$

cu/ with

$$P_{2/1} = F(P_{1/0} - P_{1/0}H(H'P_{1/0}H + R)^{-1}H'P_{1/0})F' + Q, \quad (24)$$

$$\hat{h}_{2/1} = F\hat{h}_{1/0} + FP_{1/0}H(H'P_{1/0}H + R)^{-1}(y_1 - A'x_1 - H'\hat{h}_{1/0}), \quad (25)$$

aceasta fiind o etapă iterativă până la perioada T .

this being an iterative stage until the period T .

Rezultate și discuții

Discussions and results

Tehnicile statistice și econometrice prezentate sunt aplicate în vederea estimării presiunilor inflaționiste, și anume a presiunilor din partea activității economice.

The statistical and econometric techniques presented are applied to estimate inflationary pressures, namely economic pressures.

Așadar, din figura alăturată (figura 3), poate fi observat un consens general cu privire la cele trei tehnici econometrice aplicate. Chiar dacă

Hence, a general consensus on the three applied econometric techniques can be observed from figure 3. Even though the Kalman Filter involves a much more complex technique, in

Filtrul Kalman presupune o tehnică mult mai complexă, în vederea estimării variabilelor neobservabile, rezultatul surprinde diferențe minore, comparativ cu filtrele univariate aplicate.

O deviație PIB (figura 4) pozitivă este determinată de un nivel al PIB-ului real mai mare decât cel potențial și indică presiuni inflaționiste. Simetric, o deviație PIB negativă indică presiuni deflaționiste, în sensul scăderii prețurilor. Pe termen lung, presiunile acumulate se eliberează, prețurile devin flexibile, iar deviația PIB tinde totdeauna către zero, aducând PIB-ul la nivelul potențial.

order to estimate the unobservable variables, the result captures minor differences compared to the applied univariate filters.

A positive output gap (figure 4) is determined by the level of real GDP greater than the potential GDP and indicates inflationary pressures. Symmetrically, a negative output gap indicates deflationary pressures, in terms of downward prices. In long-term, the accumulated pressures are released, prices become flexible and the output gap always tends to zero, bringing the GDP to a potential level.

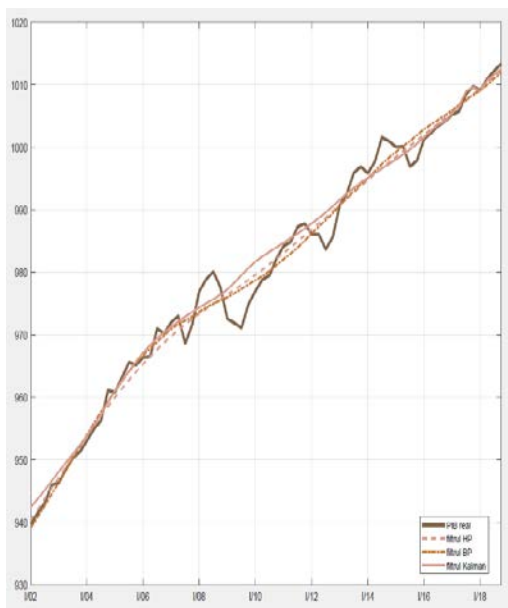


Figura 3. Tehnici de estimare a tendinței PIB, mln.lei/
Figure 3. Techniques for estimating the GDP trend, mln. lei
 Sursa: Elaborată de autor/

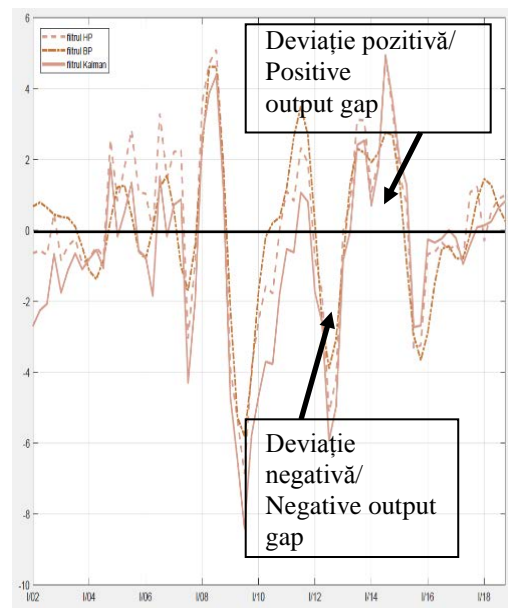


Figura 4. Evoluția deviației PIB, %/
Figure 4. Evolution of output gap, %
 Sursa: Elaborată de autor/

Presiunile inflaționiste sunt determinate de un nivel al PIB-ului real peste cel potențial, iar PIB-ul real este egal cu cantitatea de bunuri și servicii solicitată de cumpărători, o deviație a PIB-ului pozitivă este denumită și exces de cerere. Excesul de cerere poate fi redus sau eliminat prin politici macroeconomice – monetare, fiscale, de venituri. Politica monetară poate acționa asupra excesului de cerere printr-o varietate de instrumente, o măsură clasică fiind determinată de majorarea ratei dobânzilor. Aceasta urmărește să

The inflationary pressures are determined by the level of real GDP over the potential GDP, and real GDP is equal to the amount of goods and services required by customers, a positive output gap is also called excess demand. The excess demand can be reduced or eliminated by macroeconomic policies – monetary, fiscal and income. The monetary policy can act on excess demand through a variety of instruments; a classical measure is determined by the increase of interest rates. It aims to create incentives to increase

creeze stimulente pentru creșterea economisirii, astfel încât, pe de o parte, diminuând veniturile destinate consumului în perioada curentă și pe de altă parte, creșterea ratelor dobânzilor duce la creșterea costului îndatorării, diminuând consumul finanțat prin credite. Încetinirea ritmului de consum, în perioada curentă, duce la diminuarea presiunilor cererii asupra producției, având ca efect reducerea deviației PIB.

Concluzii

În cadrul acestei lucrări s-a determinat o măsură de consens a deviației PIB de la echilibru, folosind trei metode de estimare, cu o atenție deosebită acordată Filtrului Kalman.

Filtrul Kalman este considerat o metodă complexă, ce estimează un proces folosind o formă a controlului feedback: filtrul estimează starea procesului la momente de timp și apoi obține feedback sub forma de măsurători.

Ecuatiile de actualizare a timpului pot fi, de asemenea, considerate ecuații predictor, în timp ce ecuațiile de actualizare a măsurătorii pot fi ecuații corector. Într-adevăr, algoritmul de estimare final seamănă cu un algoritm predictor-corector pentru rezolvarea problemelor numerice. Aplicațiile filtrelor Kalman acoperă multe domenii, dar folosirea lui drept instrument este aproape în exclusivitate pentru două cauze: estimarea și analiza performanțelor estimatoarelor.

Totodată, în urma rezultatelor obținute, putem constata obținerea diferențelor minore, comparativ cu filtrele univariate aplicate. Consensusul în baza celor trei metode, remarcă imaginea generală privind ciclul economic în Republica Moldova.

Prin urmare, putem considera deviația PIB un indicator de avertizare timpurie pentru decidenții și agenții economici. Pe măsură ce deviația crește, tras un semnal pentru decidenți și expansiunea economică este necesar să fie atenuată prin restrictivitatea indusă de politici.

În egală măsură, comportamentul agențiilor trebuie educat, în sensul că expansiunea economică trebuie privită ca un privilegiu de a economisi mai mult și nu de a supraevalua poziția viitoare a venitului.

savings so that, on one hand, the reduction of the income designated for consumption in the current period and, on the other hand, the increase of the interest rates leads to the raise of the borrowing cost, thus reducing the consumption financed by credits. The slowdown in consumption in the current period decreases the demand pressures on production, thus reducing the output gap.

Conclusions

In this paper, a measure of consensus on the deviation of GDP from equilibrium was determined using three estimation methods, with particular attention to the Kalman Filter.

The Kalman Filter is considered a complex method that estimates a process using a form of feedback control: the filter estimates the state of the process at times and then obtains feedback in the form of measurements.

Time updating equations can also be considered prediction equations, while measurement equations the correction equations. Indeed, the final estimation algorithm resembles a prediction-correction algorithm to solve numerical problems. Kalman Filter applications cover many areas, but its use as an instrument is almost exclusively for two reasons: estimating and analysing the performance of the estimators.

At the same time, as a result of the obtained results, we can conclude obtaining minor differences compared to applied univariate filters. Consensus based on the three methods, remarks the general picture of the economic cycle in the Republic of Moldova.

Therefore, we can consider the GDP deviation as an early warning indicator for decision-makers and economic agents. As the deviation increases, a signal for decision-makers must be drawn and economic expansion must be mitigated by policy-induced restrictiveness.

Equally, the behaviour of agencies needs to be educated, in the sense that economic expansion must be seen as a privilege to save more and not to overstate the future income position.

Bibliografie/ Bibliography:

1. DUMITRU, Ionuț. *Business Cycle Correlation of the New Meber States with Eurozone – The Case of Romania*. Romanian Journal of Economic Forecasting, no. 4, 2010, 16-31 p.
2. EL-GANAINY, Asmoa; WEBER, Andre. *Estimates of the Output Gap in Armenia with Applications to Monetary and Fiscal Policy*. IMF Working Paper, no. 197, 2010.
3. GRIGORAȘ, Veaceslav & STANCIU, Irina. *Identificarea ciclurilor de afaceri și proprietățile acestora*. BNR - Caiete de Studii, no. 35, 2014.
4. HODRICK, Robert; PRESCOTT, Edward. *Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation*. Journal of Money, Credit and Banking, vol 29, no. 1, 1997, 1-16 p.
5. KHAVARI, Saud & MIRJALILI, Seyed. *Estimation And Analysis Of Output Gap: An Application Of Structural Vector Autoregression And Hodrick-Prescott- Methods*. American Journal of Economics and Business Administration, vol 3, no. 4, 2012, 180-189 p.
6. KALMAN, Rudolf. *New Results in Linear Filering and Prediction Theory*. Journal of Basic Engineering (ASME), Vol. 83D, 1961.
7. JAASKELA, Jarkko; NIMARK, Kristoffer. *A Medium-Scale New Keynesian Open Economy Model of Australia*. The Economic Record, vol 87, no. 276, 2011, 11-36 p.
8. MAHAFZA, Bassem; ELSHERBENI, Atef. *MatLab Simulations for Complex Systems Design*. Chapman & Hall, CRC Press, 2004.
9. MIJA, Simion; PÂRȚACHI, Ion. *The response of the monetary policy through interest rate to output gap*. Proceedings of the International Conference Investments and Economic Recovery, 2011, vol. 10, issue 1, 109-114 p.
10. SRAMKOVA, L., KOBILICOVA, M., KRAJCIR, Z. *Output Gap and NAIRU Estimates within State-Space Framework: An Application to Slovakia*. The Ministry of Finance of the Slovak Republic – Financial Policy Institute – Economic Analysis, no. 16, 2010.
11. SZILAGYI, Katalin; BAKSA, Daniel; BENES, Jaromir. *The Hungarian Monetary Policy Model*. MNB Working Papers, no. 1, 2013, 18-19 p.