

MULTIVARIABLE COST FUNCTIONS: ANALYSIS OF COST MINIMIZATION

FUNCȚII DE COST CU MAI MULTE VARIABLE: ANALIZA MINIMIZĂRII COSTURILOR

CARAUȘ Antonela, studentă, specialitatea: Contabilitate
Academia de Studii Economice din Moldova, Republica Moldova,
Chișinău, str. Bănulescu-Bodoni 61, www.ase.md
e-mail autor: caraus.antonela@ase.md

Abstract. *In the era of an economy based on efficiency and optimization, cost reduction has become a strategic priority for any company. The article addresses the topic of multivariable cost functions, highlighting their role in the process of optimizing economic decisions, especially in the context of minimization of the production expenses. The study deals with theoretical aspects of cost functions, including their typology: total, marginal and average. The article debates the historical concept and evolution of the economical analysis process, basing on the contribution of classical economists such as Adam Smith, David Ricardo, Alfred Marshall, Paul Samuelson și George Dantzig.*

In the practical side of the article, there are presented diverse mathematics methods, used while optimizing the costs. Methods such as linear programming, nonlinear programming, dynamic programming and stochastic, are considered essential when optimizing the costs.

Finally, the advantages and the disadvantages of each method are debated, in order to identify the optimal solution for minimizing the cost.

The article concludes that it is essential to include mathematics methods when decision-making, to maximize the performance and the sustainability of the enterprise.

Key words: Functions, profit, costs, multivariable.

JEL CLASSIFICATION: C3, D24, C61

INTRODUCERE

În era competitivității economice minimizarea costurilor a devenit scopul suprem al fiecărui antreprenor și al fiecărei activități economice. Profitul reprezintă criteriul suprem în evoluția și succesul unei companii. Astfel, în contextul simbiozei comportamentului consumatorului și al competitivității economice, organizațiile tind să micșoreze prețurile și inevitabil să minimizeze la maxim costurile de producție. În lupta pentru maximizarea profitului și minimizarea costurilor, apare necesitatea unor instrumente practice, care să eficientizeze activitatea economică curentă a întreprinderii și să ofere un spectru larg al evoluției companiei în termen de ani consecutivi.

În acest context competitiv, matematica economică constituie un cadru bine definit pentru modelarea relațiilor dintre inputuri și costuri. Funcțiile cu mai multe variabile dovedesc corelația și influența fiecărui factor și resurse economice asupra costurilor totale. Astfel, managerii sau economiștii pot depista formula perfectă pentru maximizarea profitului companiilor și minimizarea cheltuielilor.

În mediul economic, costurile sunt afectate de mai mulți factori, precum exploatarea resurselor umane, naturale, tehnologice, dar și volumul producției și materia primă. Funcțiile de cost, în special cele cu mai multe variabile, stau la baza optimizării activităților economice ale unei companii.

Scopul lucrării este de analiza metodele teoretice, analitice și computaționale ale reducerilor costurilor, într-un mediu economic, prin intermediul funcțiilor de cost cu mai multe variabile. De asemenea, lucrarea tinde să sublinieze impactul informațional asupra deciziilor politicilor economice concurențiale.

CONȚINUTUL DE BAZĂ

Unul dintre pilonii principali al economiei de producției este funcția de cost, care presupune modurile în care pot fi gestionate relațiile dintre cheltuieli și resurse, pentru obținerea unui anumit volum de produs.

Metoda de cercetare aplicată în lucrare este una teoretico-aplicativă, care combină analiza clasică economică cu instrumente matematice moderne pentru optimizarea funcțiilor de cost.

Expresia matematică a funcției de cost caracterizează modul în care costurile totale de producție depind automat de fluctuația resurselor productive (munca, capitalul, materialele).

$$C(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \text{ (Bunu, 2012)}$$

Tipurile funcțiilor de cost

Există diverse tipuri de funcții de cost, dintre care se numără Costuri globale, Costuri medii, Costurile marginale. Costuri globale reprezintă costurile implicate de realizarea unui volum de producție dat. Costuri medii (unitare sau pe unitatea de produs) reprezintă costurile

implicate de realizarea unei singure unități de producție, fie că este bucată, kg, etc. Costurile marginale reprezintă creșterea costului total generată de creșterea producției într-o unitate de timp. (Barbăneagră, 2013)

Tabelul 1. Formulele funcțiilor de cost

	Costul Total TC=TV+TC	Costul mediu	Costul marginal
Costuri fixe	TFC=TC-TV	AFC=TFC/Q	MC= ΔTC/ ΔQ
Costuri variabile	TVC=TC-TF	AVC=TVC/Q	

Sursa: Realizat de autor

În economie, funcția de cost este definită de Varian (1992) ca fiind „relația matematică care descrie modul în care costurile totale ale unei firme variază în funcție de nivelul producției. (Varian, 1992, p. 98)

Funcția de cost a trecut prin multe etape de descoperire și de schimbare pentru a ajunge la forma prezentă. Astfel, menționez următoarele **surse bibliografice în domeniul problemei cercetate**

Prima dată conceptul de costuri a fost analizat de către Smith (1776), când introduce o nouă noțiune economică - costurile, în publicația sa *"The Wealth of Nations"* (Smith, 1776), *David Ricardo* (1817) în publicația *"Principles of Political Economy and Taxation"*, introduce conceptul de cost de oportunitate (Ricardo, 1817). Subiectul a fost dezbătut și eficientizat și de către alți oameni de știință ca *Johann Heinrich von Thünen* (*"Der Isolierte Staat"*; von Thünen, 1826), *Alfred Marshall* (1890, *"Principles of Economics"*) (Marshall, 1890), *Jacob Viner* (1931 *"Cost Curves and Supply Curves"*) (Viner, 1931), *Paul Samuelson* (1947, *"Foundation of Economic Analysis"*) (Samuelson, 1947).

Modelele matematice utilizate în minimizarea costurilor

Analiza matematică este instrumentul ce optimizează structura costurilor și facilitează înțelegerea informațiilor economice și luarea deciziilor informate. Există mai multe modele matematice utilizate în contextul minimizării costurilor, dintre care se numără: programare liniară, programare neliniară, programare dinamică, programare stocastică, Matrice Hessiană și metoda multiplicatorului Lagrange.

Programarea liniară a fost definită de către Dantzig (1963) ca fiind o „metodă matematică pentru determinarea unei căi optime de alocare a resurselor limitate la activități concurente”. (Dantzig, 1963, p. 1)

Programarea neliniară a fost analizată de către Mokhtar S. Bazaraa, Hanif D. Sherali și C. M. Shetty (2006) în lucrarea *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*, determinând faptul că „programarea neliniară se ocupă cu problemele de optimizare în care fie funcția obiectiv, fie cel puțin una dintre constrângeri, sau ambele, sunt funcții neliniare ale variabilelor de decizie”. (Bazaraa et al., 2006, p. 4)

Programarea dinamică a fost definită de către Richard Bellman în (1957) în lucrarea *Dynamic Programming*, fiind „o metodă de rezolvare a problemelor complexe prin descompunerea lor în sub-probleme mai simple, rezolvarea acestora și combinarea soluțiilor lor pentru a obține soluția problemei originale.” (Bellman, 1957, p. 3)

Programarea stocastică a fost analizată de către Peter Kall și Stein W. Wallace (1994) în lucrarea *Stochastic Programming*, precizând faptul că „programarea stocastică se ocupă cu problemele de optimizare în care unele dintre datele problemei sunt variabile aleatoare cu distribuții de probabilitate cunoscute.” (Kall & Wallace, 1994, p. 2)

Matricea Hessiană a fost definită de către Edwin K. P. Chong și Stanislaw H. Żak (2001) în lucrarea *An Introduction to Optimization*, fiind „matricea pătrată a derivatelor parțiale de ordinul doi ale unei funcții scalare, care descrie curbura acesteia.” (Chong & Żak, 2001, p. 7)

„Metoda multiplicatorilor Lagrange a fost definită în anul 1999 de către Dimitri P. Bertsekas în lucrarea *Nonlinear Programming*, fiind „o tehnică pentru găsirea extremelor unei funcții de mai multe variabile supuse unor constrângeri de egalitate, prin introducerea unor variabile suplimentare numite multiplicatori Lagrange.” (Bertsekas, 1999, p. 5)

$$L(x_1, x_2, \dots, x_n, \lambda) = C(x_1, x_2, \dots, x_n) + \lambda \times (Q - f(x_1, x_2, \dots, x_n)) \quad (\text{Bunu, 2012})$$

Exemplu:

O fabrică de lactate a planificat, pe o anumită perioadă, producerea a 100 tone de iaurt. Se pot folosi două procedee tehnologice. Costul de producție a x tone folosind prima tehnologie alcătuiește $x^2 - 6x$ u.m., iar costul de producție a y tone folosind a doua tehnologie alcătuiește $y^2 - 14y$ u.m. Câte tone de iaurt trebuie să fie produse folosind fiecare tehnologie astfel, încât costul total de producție să fie minim?

Soluția:

Dacă fabrica va produce 48 tone de iaurt folosind prima tehnologie și 52 tone de iaurt folosind a doua tehnologie, atunci ea va avea cheltuieli minime de producție, și $C_{\min} = C(48, 52) = 3992$ u.m.

Avantaje și limitări ale modelelor matematice

Modelele matematice aplicate în analiza și optimizarea funcțiilor de cost au demonstrat o utilitate considerabilă în diverse domenii economice. Ele oferă soluții clare și fundamentate pentru reducerea costurilor și creșterea eficienței. Cu toate acestea, aceste instrumente nu sunt lipsite de limitări, iar succesul aplicării lor depinde de înțelegerea adecvată a avantajelor și a constrângerilor pe care le implică (B2B Consult, 2024)(OAJI.net, 2024).

CONCLUZII

Funcțiile de cost reprezintă un element esențial în teoria economică și în luarea deciziilor manageriale, oferind un cadru matematic pentru analizarea și optimizarea proceselor economice. Studiul lor demonstrează că minimizarea costurilor este esențială pentru creșterea eficienței și profitabilității în orice afacere.

Modelele matematice sunt indispensabile în rezolvarea problemelor economice complexe. Ele oferă soluții clare și fundamentate, reducând incertitudinea și îmbunătățind procesul de luare a deciziilor. Utilizarea lor permite optimizarea producției, gestionarea logisticii, reducerea riscurilor financiare și planificarea strategică, contribuind astfel la competitivitatea și sustenabilitatea afacerilor.

REFERINȚE:

1. Academia.edu (2024). *Studiu de caz privind conținutul și mărimea costului de producție*. <https://www.academia.edu>
2. B2B Consult (2024). *Soluții de eficientizare pentru companiile românești: Reducerea costurilor și creșterea profitului*. <https://www.b2b-consult.ro>
3. Balanuță, V. & Muntean, N. (2010). Analiza și evaluarea riscurilor financiare. ASEM
4. Barbăneagră, O. (2013). *Teorie economică suport didactic Volumul I (Microeconomie)*. ASEM
5. Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms* (3rd ed.). Wiley-Interscience.
6. Bellman, R. (1957). *Dynamic Programming*. Princeton University Press.

7. Bertsekas, D. P. (1999). *Nonlinear Programming (2nd ed.)*. Athena Scientific.
8. Bunu, I. (2012). *Matematici economice*. ASEM.
9. Chong, E. K. P., & Żak, S. H. (2001). *An Introduction to Optimization (2nd ed.)*. Wiley-Interscience.
10. Dantzig, G. B. (1963). *Linear Programming and Extensions*. Princeton University Press.
11. Kall, P., & Wallace, S. W. (1994). *Stochastic Programming*. Springer.
12. Marshall, A. (1890). *Principles of Economics*. Macmillan and Co.
13. OAJI.net (2024). *Impactul reducerii costurilor asupra rentabilității întreprinderilor*. <https://www.oaji.net>
14. Ricardo, D. (1817). *Principles of Political Economy and Taxation*. John Murray.
15. Samuelson, P. A. (1947). *Foundations of Economic Analysis*. Harvard University Press.
16. Smith, A. (1776). *The Wealth of Nations*. W. Strahan and T. Cadell.
17. Varian, H. R. (1992). *Microeconomic Analysis*. W. W. Norton & Company.
18. Viner, J. (1931). *Cost Curves and Supply Curves*. Zeitschrift für Nationalökonomie.
19. von Thünen, J. H. (1826). *Der Isolierte Staat*. Perthes.

Coordonator științific: TACU Mariana, drd., asist. univ.,
Academia de Studii Economice din Moldova,
Republica Moldova, Chișinău, str. Bănulescu-Bodoni 61
Telefon: +37379463344
e-mail: tacu_mariana@yahoo.com