

THE APPLICATION OF LOCAL EXTREMA IN THE ANALYSIS OF MARGINAL COSTS AND PROFIT

APLICAREA EXTREMELOR LOCALE ÎN ANALIZA COSTURILOR MARGINALE ȘI A PROFITULUI

GHERB Valeria, studentă, specialitatea: Finanțe și Bănci
Academia de Studii Economice din Moldova, Republica Moldova,
Chișinău, str. Bănulescu-Bodoni 61, www.ase.md
e-mail autor: gherb.valeria@ase.md

Abstract. The article emphasizes the importance of mathematical analysis in enhancing economic decision-making and operational efficiency by identifying local extrema (maximum and minimum points) in cost and profit functions can help businesses optimize production and profitability. Using calculus, particularly differentiation, firms can determine the production levels that minimize costs and maximize profit.

Keywords: marginal costs, profit, production, economic activity, mathematic optimization, economy

JEL CLASSIFICATION: C61, D24, L11

INTRODUCERE

În sfera economică, scopurile primordiale ale oricărei firme sunt minimizarea costurilor marginale și maximizarea profitului obținut. Din acest punct de vedere, analiza extremelor locale și aplicarea lor devine esențială, oferind informații necesare și detaliate despre comportamentul costurilor și a profitului la variate nivele ale producției.

R. Fletcher analizează în "Metode practice de optimizare", cele mai de preț și eficiente practici în domeniul optimizării matematice, explicând cum pot fi utilizate pentru a găsi punctele critice ale funcțiilor. Metodele de analiză matematică, spre exemplu derivarea funcțiilor de profit și de cost, permit determinarea punctelor de critic (minim și maxim), unde profitul este maximizat, iar costurile marginale ating valori minime specifice. Acest articol desfășoară tematica aplicabilității extremelor locale în identificarea și analizarea costurilor și a profitului, folosind concepte fundamentale de tip economic și exemple practice pentru a ilustra rezultatele.

În cadrul teoriilor economice și al gestionării afacerilor, analizarea costurilor marginale și a profitului obținut reprezintă un pilon de bază întru înțelegerea și optimizarea deciziilor referitoare la producție și finanțare. În matematică, optimizarea dezvăluie căile spre eficiență și inovație, ghidându-ne să realizăm mai mult cu mai puțin (Dantzig, 1983).

De asemenea, complexa analiză a extremelor locale poate fi aplicată în diverse industrii, firme sau companii pentru a optimiza procesul de producție și strategiile aplicate de piață. De exemplu, în industrii de tip ușor sau construcții ale utilajelor, identificarea nivelului optim de producție, unde costurile sunt minime, poate duce la economii semnificative și la creșterea marjei de profit.

Importanța studiului constă în abilitatea de a identifica rapid și precis aceste puncte critice, care pot oferi un avantaj competitiv semnificativ, într-un mediu de afaceri dinamic și competitiv. Aplicarea metodelor de derivare și analiză matematică devin un instrument de maximă necesitate, astfel că firmele pot să își mărească profitul, reducând incertitudinea și costurile, în asociație cu fluctuațiile pieței.

Obiectivele studiului sunt: determinarea costurilor marginale; identificarea punctului de maxim al profitului și al punctului de minim al costurilor, precum și impactul acestora. Prin înțelegerea modului în care aceste costuri semnificative influențează profitabilitatea, firmele pot lua măsuri pro active pentru optimizarea structurilor de cost și îmbunătățirea performanței financiare pe termen lung.

CONȚINUTUL DE BAZĂ

Contrar părerii generale, profiturile nu se obțin prin creșterea prețurilor, ci prin efectuarea de economii și prin creșterea eficienței, care duc la scăderea costurilor (Hazlitt, 1946). Un renumit economist englez, argumentează în inedita „*Principiile Economiei*”, că firmele își maximizează profitul atunci când costul marginal (costul adăugării unei unități suplimentare) este egal cu venitul marginal, venitul generat de vânzarea acelei unități (Marshall, 1890). Acesta este punctul în care profitul net este optim.

Problematica dimensionării activității, prin prisma costurilor și prețurilor, este specifică proiectării oricărui sistem de producție, care are ca obiectiv final profitabilitatea și competitivitatea. (Deliu, 2010).

1. Procesul de producție a firmelor

Pentru satisfacția nevoilor sociale și personale ale indivizilor, în funcție de tipul de necesitate, în cadrul firmelor, are loc procesul de producere a diverselor bunuri economice (bunuri materiale și alte tipuri de servicii), care sunt destinate vânzării pe scară largă consumatorilor, astfel satisfăcând populația, obținând în schimb un oarecare profit.

Însă, pentru a atinge acest obiectiv, fiecare agent economic este impus să efectueze eforturi enorme, pentru a corespunde cerințelor pe piață, cerințelor de exploatare, precum și a factorilor de producție. Astfel, deducem că orice tip de producție presupune cheltuieli. Pentru ca profitul obținut să fie maxim, costurile trebuie să fie cât de posibil minimalizate. Optimizarea matematică este arta de a alocă resursele limitate în cel mai eficient mod posibil. O soluție optimă pentru o problemă poate fi obținută prin combinarea soluțiilor optime ale subproblemelor.

O firmă de afaceri se remarcă a fi plină de succes, atunci când îndeplinește următoarele condiții:

- ✓ Analiza costurilor variabile și fixe, precum și a celui marginal pentru a elabora strategii eventuale de a le minimiza;

- ✓ Identificarea ineficiențelor producției și maximizarea profitului;

- ✓ Ajustarea strategiilor companiei, evaluarea și monitorizarea performanței.

O metodă de optimizare matematică pentru rezolvarea problemelor în care se urmărește selectarea celui mai adecvat element dintr-o gamă variată de alternative disponibile, pentru a-l găsi pe cel potrivit, este folosirea și identificarea extremelor de maxim și de minim ale unei funcții reale. Această deprindere, în esență, rămâne un aspect crucial în diverse domenii, de la economie și inginerie, până la științele naturale și informatică.

2. Minimul de cost și maximul de profit

Metodele matematice sunt utilizate pe scară largă în diverse domenii de activitate umană, în particular, în cercetările economice. A decide înseamnă să alegi dintr-o mulțime de variante posibile, fie finită sau infinită, acea variantă care este mai avantajoasă, sau mai optimă din punct de vedere matematic. Maximizarea profitului poate fi realizată prin minimizarea costurilor de realizare a unui anumit nivel de producție și maximizarea veniturii obținut cu anumite costuri (Enachi, 2020).

Leonhard Euler a abordat optimizarea matematică în lucrarea sa fundamentală „*Methodus inveniendi lineas curvas maximi minime proprietate gaudentes*”. El a formulat și demonstrat principiile fundamentale pentru găsirea extremelor (minime și maxime) ale funcțiilor, aplicând aceste metode la probleme precum echilibrul liniilor elastice și flexibile. Optimizarea matematică utilizează diverse tehnici, inclusiv integrarea sau derivarea, pentru a găsi punctele critice extreme de minim și de maxim ale funcțiilor și pentru a îmbunătăți eficacitatea procesului de producere (Euler, 1744). Determinarea costurilor marginale, utilizând aceste metode, va influența enorm asupra acestui proces. Evaluarea și sporirea parametrilor de funcționare a unui sistem tehnic poate duce la creșterea performanței și fiabilității acestuia.

Astfel, rezumăm că tehnica de optimizare nu este doar un concept teoretic, ci și un instrument practic puternic, care contribuie semnificativ la avansarea cunoașterii și la dezvoltarea multor principii de funcționalitate a firmelor.

Termenul de „*cost marginal*” descrie variația totală a costului și exprimă sporul (majorarea) de cheltuieli necesare pentru producerea unei unități suplimentare de produs, determinând și limita până unde rațional de mărit volumul și cantitatea de producție.

$$MC = \frac{\Delta TC}{\Delta Q} = \frac{TC_1 - TC_0}{Q_1 - Q_0},$$

unde **MC**-costul marginal,
TC-costul total,
Q-cantitatea.

Costul Marginal reprezintă și derivata costurilor totale, reprezentată matematic de derivata funcției de cost total în raport cu cantitatea ce a fost produsă: $C'(x) = CM(x)$, această formulă fiind utilizată în funcția de profit.

Profitul reprezintă diferența dintre prețul de vânzare și prețul de producere a unui obiect, sau diferența dintre veniturile totale și costurile totale.

$$P(x) = R(x) - C(x),$$

unde **P**-profitul,
R-veniturile totale,
C- costurile totale.

Funcția profiturilor stimulează constant orice activitate economică complexă și competitivă, în sensul căutării unor noi căi de reducere a costurilor și de creștere a eficienței, indiferent de dimensiunile lucrărilor. Profiturile devin astfel rezultatul relației de interdependență costuri-prețuri.

Pentru a maximiza profitul, firmele trebuie să găsească punctul în care diferența dintre venituri și costuri este maximă. Acest lucru se face prin determinarea derivatelor prime și a doua ale funcției de profit și aplicarea metodelor de analiză a extremelor locale.

Condiția de prim ordin pentru maximizarea profitului este găsirea punctului unde derivata primă a funcției de profit este egală cu zero. Acest punct se numește punct critic, care eventual ne va ajuta la determinarea faptului dacă este un minim sau maxim.

Pentru a determina natura punctului critic (maxim, minim sau punct de inflexiune), calculăm derivata de ordin doi. În cazul unei funcții de o singură variabilă, dacă $P''(x) < 0$, atunci punctul critic este un maxim local, iar dacă $P''(x) > 0$, punctul este un minim local.

În cazul unei funcții de mai multe variabile, se calculează derivatele parțiale, P'_x și P'_y , și urmăm aceiași pași, stabilind punctele critice și soluția optimă.

3. Aplicarea extremelor locale în analiza costurilor marginale și a profitului

Pentru a observa și analiza integral costurile și profitul, este necesar să punem în aplicare optimizarea matematică, în acest caz a extremelor locale.

În acest context, vom pune în aplicare un exemplu practic.

Considerăm un hotel oferă clienților săi două tipuri de servicii în cantitatea x , și respectiv cantitatea y . Presupunem că funcția costului în acest caz este următoarea: $C(x,y)=2x^2+y^3-3xy$, funcția veniturilor este standard $R(x,y)=p_1x+p_2y$, unde p_1 și p_2 sunt prețurile unitare ale serviciilor respective.

Funcția profitului va fi $P(x,y)=p_1x+p_2y-(2x^2+y^3-3xy)$.

Scopul firmei este de a maximiza profitul, de aceea problema analizată va fi: $P(x,y) \rightarrow \max$.

1) Aflăm derivatele parțiale P'_x și P'_y :

$$\begin{aligned} P'_x &= p_1 - 4x + 3y; \\ P'_y &= p_2 - 3y + 3x. \end{aligned}$$

2) Egalăm P'_x și P'_y cu 0.

$$\begin{cases} p_1 - 4x + 3y = 0 \\ p_2 - 3y + 3x = 0 \end{cases}$$

3) Stabilim coordonatele x_0 și y_0 ale punctului critic M_0 .

$$\begin{aligned} x_0 &= p_1 + p_2; \\ y_0 &= \frac{3p_1 + 4p_2}{3}; \\ M_0 &= (p_1 + p_2; \frac{3p_1 + 4p_2}{3}) \end{aligned}$$

4) Calculăm derivatele parțiale de ordinal II și analizăm rezultatele obținute. Concluzii.

$$P''_{xx} = -4; \quad P''_{xy} = 3; \quad P''_{yy} = -3;$$

$$\Delta(M_0) = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 3 & -3 \end{vmatrix} = 3;$$

4. Rezultatele obținute

Constatând că $P''_{xx} = -4 < 0$ și $\Delta(M_0) = 3 > 0$, rezultă că acest punct este unul de maxim local al funcției $P(x,y)$. Prin urmare, pentru a obține profit maxim, hotelul trebuie să ofere servicii în măsura

$$x_0 = p_1 + p_2 \text{ și, respectiv, } y_0 = \frac{3p_1 + 4p_2}{3}.$$

Astfel observăm că soluțiile optime depind direct de prețurile serviciilor p_1 și p_2 . Analiza realizată este corectă din punct de vedere matematic și confirmă faptul că există un punct de maxim local al profitului.

CONCLUZII

Minimizarea costurilor de producție și cheltuielilor pentru materia primă, respectiv și maximizarea marjei de profitului reprezintă un aspect esențial urmat de firmele și întreprinderile din Republica Moldova, pentru a dezvolta eficiența operațională și a fluidiza procesul producției. Analiza costurilor marginale ajută firmele să înțeleagă impactul pe care îl are producția adițională asupra costurilor totale. Identificarea punctului critic în care costul marginal este egal cu venitul este crucială pentru maximizarea profitului.

Procesul de producție al firmelor este direct influențat de optimizarea resurselor și de adaptarea la cerințele pieței. Printr-un management corect al factorilor de producție și al costurilor, se poate obține un echilibru între cerere, ofertă și profitabilitate. În cadrul fiecărei firme, costurile variabile și fixe trebuie analizate pentru identificarea oportunităților de reducere și pentru crearea de strategii eficiente care să corespundă cerințelor pieței.

Utilizarea extremelor locale în analiza costurilor marginale și a profitului este esențială pentru optimizarea proceselor de producție și a strategiilor economice. Această metodă matematică permite identificarea punctelor critice unde firmele își pot maximiza profitul și minimiza costurile. Aplicarea extremelor locale în analiza costurilor marginale și a profitului oferă un cadru solid pentru optimizarea deciziilor economice. Prin adoptarea acestor practici și prin implementarea recomandărilor de mai sus, firmele pot obține performanțe superioare și pot asigura creșterea sustenabilă pe termen lung.

Optimizarea matematică reprezintă un instrument cheie pentru procesul decizional și pentru gestionarea resurselor în economie, inginerie și multe alte domenii. Aceasta implică identificarea soluțiilor optime pentru probleme complexe prin utilizarea principiilor matematice, precum derivarea și integrarea, pentru găsirea extremelor funcțiilor. Scopul principal al optimizării este de a maximiza beneficiile obținute, cum ar fi profitul, și de a minimiza costurile, contribuind astfel la eficiența proceselor și la dezvoltarea sustenabilă.

REFERINȚE:

1. Dantzig, G. (1983). *Reminiscences about the origins of linear programming*. Operations Research.
2. Deliu, A. (2010). *Conceptul teoretic al costului de producție: esența economică și structura lui*.
3. Enachi, O. (2020). *Teorie Economică*. CNC al ASEM. <https://irek.ase.md/>.
4. Euler, L.(1744). *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*.
5. Fletcher, R (2000). *Practical Methods of Optimization*. Wiley.
6. Hazlitt, H. (n.d.). *Funcția profiturilor*. <https://mises.ro/capitole/xxii-functia-profiturilor/>.
7. Marshall, A. (1890). *Principles of Economics*. MACMILLAN AND CO.

Coordonator științific: TACU Mariana, drd., asist. univ.,
Academia de Studii Economice din Moldova,
Republica Moldova, Chișinău, str. Bănulescu-Bodoni 61
Telefon: +37379463344
e-mail: tacu_mariana@yahoo.com