

ESTIMAREA FUNCȚIEI DE PRODUCȚIE COBB-DOUGLAS PE BAZĂ INFORMAȚIILOR STATISTICE ALE REPUBLICA MOLDOVA

ESTIMATION OF THE COBB-DOUGLAS PRODUCTION FUNCTION BASED ON STATISTICAL INFORMATION OF THE REPUBLIC OF MOLDOVA

CZU: 330.43:330.342(478)

DOI: <https://doi.org/10.53486/csc2025.08>

ȘOTROPA IULIAN, Student

Academia de Studii Economice din Moldova

sotropa.iulian@ase.md

Coordonator științific: TOACĂ ZINOVIA,

dr., conf. univ., ASEM, ORCID: 0000-0002-8304-1961

Abstract. This research aims to estimate the Cobb-Douglas production function in the context of the economy of the Republic of Moldova. The objective of the research is to determine and quantify the classical production factors within the national economy – capital and labor. The relevance of this model and the interpretation of its results are identified. The Cobb-Douglas production function is estimated using the Least Squares Method based on annual information for the period 1995-2023. The indicators used were recalculated in constant prices of 2000. The results obtained demonstrate the positive influence of capital and labor on the level of production. The conclusions of the research demonstrate the adaptability of the Cobb–Douglas model in explaining economic processes at the country level.

Keywords: Cobb-Douglas production function, capital and labor elasticity, Ordinary Least Squares (OLS) regression, economic growth analysis, production scale returns.

JEL Classification: E1, C4.

INTRODUCERE

Utilizarea funcțiilor de producție în analize economice este larg răspândită, scopul fiind destul de variat. Funcțiile de producție pot fi estimate la nivel macroeconomic (Gameșchi & Solomon, 1998, pp. 348-355) (Mishra, 2007), cât și microeconomic (Iacob & Dumitru, 2020) (Gameșchi & Solomon, 1998, pp. 191-210).

Evoluția estimării funcțiilor de producție are o istorie lungă și pe parcurs atât forma, factorii incluși cât și esența acestor factori au suferit modificări. Funcția de producției poate fi estimată și utilizată separat, dar și ca parte componentă a unor modele complexe, utilizate pentru prognoze și analize macroeconomice (Pauna & Saman, 2013, pp. 10-15). Analiza literaturii denotă că funcția de producție este pe larg utilizată pentru calcularea indicatorului sintetic PIB (Produsul Intern Brut) potențial (Toacă & Tolocico, 2012), cât și pentru analize mai complexe (Toacă & Fala, 2022). Încă de la prima lucrare, în 1928, multe studii (Biddle, 2012) au avut tendința de a susține ipoteza că procesele de producție sunt bine descrise printr-o funcție liniară omogenă cu o elasticitate de substituție a uneia între factori.

În 1927, economistul Paul Douglas a observat că, dacă se trasează logaritmiile producției reale (Y), cheltuielilor de capital (K) și aportului de muncă (L) în timp, distanțele dintre graficul producției și graficele pentru muncă și capital tind să rămână într-o proporție constantă. Pornind de la această observație, Charles Cobb a propus o funcție pentru a modela această relație.

Funcția Cobb-Douglas este unul dintre cele mai utilizate modele economice, fiind propusă în anii 30 de Charles Cobb și Paul Douglas în lucrarea lor clasică (Cobb & Douglas, 1928). Aceștia au fost primii care au utilizat date empirice pentru construirea acestui model (Дойрепри, 2001). Folosirea funcției permite identificarea existenței relației dintre factorii de producție și producția propriu zisă și ajută la explicarea situației prin interpretarea rezultatelor coeficienților funcției. Modelul a fost inițial aplicat pentru economiile tradiționale, pentru care capitalul și munca sunt factori semnificativi. Economia se caracterizează printr-o creștere continuă, ceea ce provoacă o schimbare dinamică a factorilor de producție. Totodată rolul tehnologiei și al inovației devine din ce în ce mai pronunțat. Cercetarea își propune să evalueze în ce măsură capitalul și munca continuă să influențeze producția în economie. Capitalul este reprezentat de formarea brută de capital fix. Munca este determinată de numărul mediu de angajați și salariul mediu pe economie. Totodată se va determina dacă elasticitățile factorilor de producție respectă normele modelului clasic Cobb-Douglas.

Funcția de producție arată o dependență a ieșirii Y și intrărilor K , L . Forma generală a funcției Cobb-Douglas este arătată prin valorile parametrilor A , α , β :

$$Y = A * K^{\alpha} * L^{\beta} \quad (1)$$

Valorile acestor parametri sunt estimați cu ajutorul analizei de regresie liniară prin metoda celor mai mici pătrate. Dacă logaritmăm funcția, obținem:

$$\ln Y = \ln(A) + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L) \quad (2)$$

Această expresie este o funcție liniară de variabilele $\ln(A)$, α și β .

1. DESCRIEREA DATELOR STATISTICE

Pentru estimarea funcției de producție au fost utilizate date statistice anuale ale Republicii Moldova. Eșantionul analizat cuprinde 29 de observații pentru perioada 1995-2023. Volumul producției (Y) este reprezentat de Produsul Intern Brut, și influențat de către Capital (K) și Munca (L).

Pe baza acestor informații, se determină fondul de salarizare după relația:

$$F_t = A_t * \omega_t \quad (3)$$

unde $t = \overline{1995, 2023}$

F_t – fondul de salarizare în anul t ;

A_t – numărul mediu de angajați în anul t ;

ω_t – salariu mediu pe economie în anul t .

Pentru a estima funcția Cobb-Douglas valorile PIB-ului și ale capitalului au fost recalculat în termeni reali, la prețurile anului 2000, utilizând următoarele formule:

Pentru Y :

$$YR_{2000} = Y_{2000} \quad (4)$$

$$YR_{t+1} = YR_t * \left(1 + \frac{ry_{t+1}}{100}\right) \quad (5)$$

unde $t = \overline{2000, 2022}$

$$YR_{t-1} = \frac{YR_t}{1 + \frac{ry_t}{100}} \quad (6)$$

unde $t = \overline{2000, 1996}$

YR_t – PIB-ul în anul t , prețurile anului 2000;

ry_t – ritmul de creștere a PIB-ului în anul t .

În mod similar, pentru capital:

$$KR_{2000} = K_{2000} \quad (7)$$

$$YR_{t+1} = KR_t * \left(1 + \frac{rk_{t+1}}{100}\right) \quad (8)$$

unde $t = \overline{2000, 2022}$

$$KR_{t-1} = \frac{KR_t}{1 + \frac{rk_t}{100}} \quad (9)$$

unde $t = \overline{2000, 1996}$

KR_t – Capitalul în anul t , prețurile anului 2000;

rk_t – ritmul de creștere a Capitalului în anul t .

Pentru a calcula valorile reale a indicatorului L s-a utilizat Indicele Preturilor de Consum (IPC), având anul de bază 2000 ($IPC_{2000} = 100$). Astfel, munca reală a fost determinată prin relația:

$$LR = \frac{L}{IPC} \quad (10)$$

Evoluția indicatorilor reali poate fi vizualizată în **Figura 1**. Indicatorii prezintă o tendință de creștere constantă, cu anumite fluctuații. La fel se observă KR evoluează într-un ritm mai lent, sugerând investiții treptate în capital fix. Fondul de salarizare arată o creștere relativă stabilă până în 2019, cu o accelerare semnificativă în ultimii ani (2020–2023).

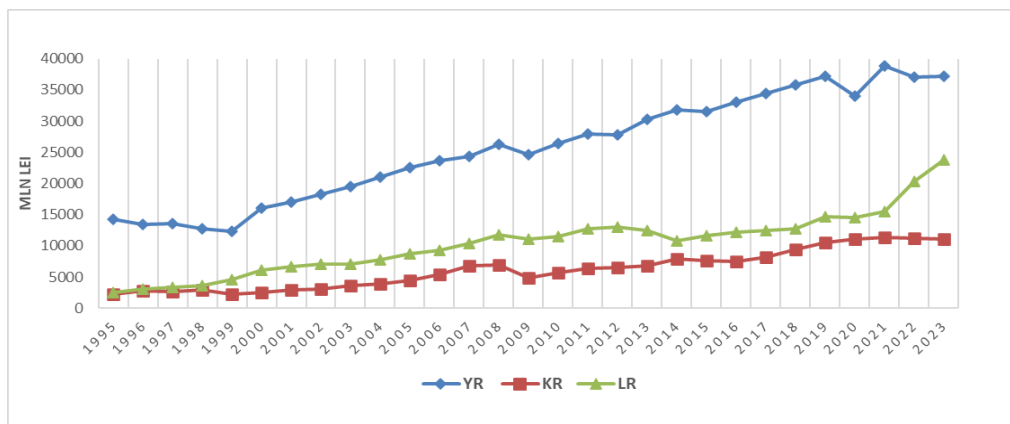


Figura 1. Evoluția indicatorilor recalculați în prețuri constante
Sursa: Realizat de autor în baza informației statistice a Republicii Moldova

2. ESTIMAREA FUNCȚIEI

Pentru a obține funcția de producție Cobb-Douglas este necesar de a estima ecuația (1), care din punct de vedere econometric are aspectul:

$$\ln(Y) = c + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L) + \varepsilon \quad (11)$$

unde:

- $c = \ln A$ – termen constant (productivitatea totală a factorilor);
- α – elasticitatea producției față de capital;
- β – elasticitatea producției față de muncă;
- ε – eroarea de estimare

Ipoteza economică propune pentru acest model următoarele așteptări:

- Creșterea capitalului (K) stimulează creșterea PIB-ului ce înseamnă că, $\alpha > 0$.
- Creșterea muncii (L) reflectă extinderea capacității de producție și potențialul de creștere economică ($\beta > 0$).

Rezultatul estimării modelului prin metoda Ordinary Least Squares (OLS) utilizând 29 de înregistrări este prezentată în Figura 2.

Dependent Variable: LOG(Y)				
Method: Least Squares				
Date: 03/03/25 Time: 13:43				
Sample: 1 29				
Included observations: 29				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	4.163505	0.249001	16.72082	0.0000
LOG(K)	0.463007	0.066639	6.948024	0.0000
LOG(L)	0.213348	0.063892	3.339221	0.0025
R-squared	0.956826	Mean dependent var	10.09049	
Adjusted R-squared	0.953505	S.D. dependent var	0.367472	
S.E. of regression	0.079237	Akaike info criterion	-2.135053	
Sum squared resid	0.163241	Schwarz criterion	-1.993608	
Log likelihood	33.95826	Hannan-Quinn criter.	-2.090754	
F-statistic	288.1070	Durbin-Watson stat	1.011941	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Figura 2. Modelul estimat.

Sursa: Realizat de autor cu ajutorul aplicației Eviews.

În rezultatul estimarea formulei (2) prin regresia liniară multiplă obținem următoarea ecuație:

$$\ln Y = 4,16 + 0,46K + 0,21L \quad (12)$$

O creștere de 1% a capitalului va determina o creștere a producției cu $\alpha\%$, iar o creștere de 1% a muncii va duce la o creștere a producției cu $\beta\%$. Se poate presupune că valorile α și β sunt cuprinse între zero și unu, fiind probabil mai mici de unu, deoarece este rezonabil să considerăm că randamentele descrescătoare la scară vor determina o creștere mai lentă a producției comparativ cu creșterea factorilor de intrare, presupunând că ceilalți factori rămân constanți (Дюгерти, 2001).

3. INTERPRETAREA REZULTATELOR ESTIMĂRII FUNCȚIEI

Semnificația factorilor exogeni (K, L) se determină în baza statisticii Student. Verificarea semnificației are loc prin compararea statisticii t teoretice cu statistica t calculată.

S-a demonstrat că variabilele K și L sunt semnificative (**Figura 2**), având o probabilitate mai mică de 0,05.

Modelul explică 95,6% din variația producție ($R^2 = 0,956$). R^2 ajusta este 0,953, ceea ce confirmă specificarea corectă a modelului.

Valoarea F-statistic este 288,1 cu o probabilitate de 0,0000, confirmând ca modelul este semnificativ în ansamblu.

Indicatorul Durbin-Watson are valoarea 1,0119, ceea ce sugerează o autocorelație pozitivă a reziduurilor. Acest lucru indică o posibilă lipsă de independență între observații necesitând ajustare prin metode robuste.

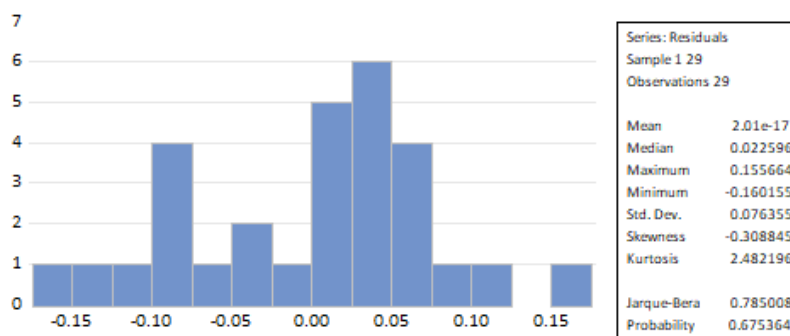


Figura 3. Verificarea normalității reziduurilor.

Sursa: Realizat de autor cu ajutorul aplicației Eviews.

Verificarea normalității reziduurilor:

- Media = $2,01 \cdot 10^{-17}$, aproape de zero, reziduurile sunt bine comportate.
- Cel mai mare reziduu – 0,12; cel mai mic – –0,16.
- Skewness negativ (ușoară înclinare spre stânga)
- Kurtosis – 2,48 – aproape de 3, demonstrează o distribuție aproape normală.
- Indicele Jarque-Bera de 0,785 și probabilitatea de 0,675 sugerează ca nu există dovezi semnificative pentru respingerea ipotezei de normalitate a reziduurilor. O probabilitate mai mare de 0,05 indica faptul că reziduurile sunt distribuite normal, ceea ce confirmă validitatea ipotezelor modelului de regresie.

Testul Breusch-Pagan pentru heteroscedasticitate indică prezentă acestuia ceea ce înseamnă ca necesită corecție prin metode robuste, având F-statistic – 4,03, p – 0,0297.

Heteroskedasticity Test: Breusch-Pagan-Godfrey
Null hypothesis: Homoskedasticity

F-statistic	4.037281	Prob. F(2,26)	0.0297
Obs*R-squared	6.872056	Prob. Chi-Square(2)	0.0322
Scaled explained SS	4.093672	Prob. Chi-Square(2)	0.1291

Figura 4. Testarea prezenței heteroscedasticității.

Sursa: Realizat de autor cu ajutorul aplicației Eviews.

Interpretarea coeficienților:

- Constanta (4,16) – Reflectă productivitatea totală a factorilor (TFP) în absența capitalului și muncii.
- Capital (K) – O creștere de 1% a capitalului determină o creștere de 0,46% a producției, influență semnificativă.
- Munca (L) – O creștere de 1% a muncii determină o creștere de 0,21% a producției, influență mai mică decât capitalul.

Randamentul de scară conform formule este egală cu suma coeficienților ($0,46 + 0,21 = 0,67$) care este subunitară, ceea ce indică randamentul descrescător la scară. Suma este mai mică decât o unitate atunci are loc micșorarea efectului de la scara proporției (Y se mărește în raport mai mic față de K și L).

De exemplu presupune că K și L se măresc. Apoi noul nivel de ieșire devine:

$$Y' = A * (2K)^\alpha * (2L)^\beta = A2^\alpha * K^\alpha * 2^\beta * L^\beta = 2^{\alpha+\beta} * A * K^\alpha * L^\beta = 2^{\alpha+\beta} * Y$$

Din cauza că $\alpha + \beta = 0,67$, și $2^{\alpha+\beta} = 1,59$, atunci Y se mărește mai puțin decât de 2 ori.

Ecuția rezolvată prin aplicarea regresiei OLS (Metoda celor mai mici Pătrate Ordinare) prezintă următoarele rezultate:

Funcția Cobb-Douglas utilizată pentru analiza economiei Republicii Moldova are forma:

$$\ln Y = 64,07 * K^{0,46} * L^{0,21} \quad (13)$$

CONCLUZII

Rezultatele cercetării confirmă aplicabilitatea funcției Cobb-Douglas în contextul economiei Republicii Moldova. Elasticitatea capitalului (0,46) indică o influență semnificativă asupra producției, în timp ce elasticitatea muncii (0,21) arată o contribuție mai redusă. Modelul explică 95,6% din variația producției ($R^2 = 0,956$), ceea ce demonstrează o relație puternică între factori și producție. Noutatea cercetării constă în aplicarea funcției Cobb-Douglas pe date recente din Moldova, evidențiind influența investițiilor în tehnologie asupra PIB-ului.

Potențialul de cercetare ulterioară vizează extinderea modelului prin includerea factorilor precum progresul tehnologic și inovația. O direcție viitoare ar fi analiza impactului capitalului uman și a digitalizării asupra producției. Rezultatele obținute sunt în conformitate cu modelul Cobb-Douglas clasic.

REFERENCES

1. Biddle, J., 2012. Retrospectives: The Introduction of the Cobb–Douglas Regression. *Journal of Economic Perspectives*, Volumul 26, pp. 223-236.
2. Braila, A., Gameșchi, D. & Solomon, D., 1997. *Modelarea Matematică a Proceselor Economice (lucrări de laborator)*. Chișinău: Evrica.
3. Cobb, C. & Douglas, P., 1928. A Theory of Production. *The American Economic Review*, 1(Supplement, Papers and Proceedings of the Fortieth Annual Meeting of the American Economic Association), pp. 139-165.
4. Gameșchi, A. & Solomon, D., 1998. *Modelarea matematică a proceselor economice*. Chisinau: Evrica.
5. Iacob, Ș. V. & Dumitru, D., 2020. Funcția de de producție utilizată în studiile analizele microeconomice. *Romanian Statistical Review*, pp. 136-149.
6. Mishra, S., 2007. A Brief History of Production Functions. *MPR Munich Personal RePEc Archive*.
7. Pauna, B. & Saman, C., 2013. *Building loks in Modeling a market economy. The Bobrescu Macromodel of Romania*. New York: Nova Science Publishers.
8. Toacă, Z. & Fala, V., 2022. FDI-Exports-GDP nexus in the Republic of Moldova. *Revista Economica Contemporană*, pp. 193-204.
9. Toacă, Z. & Tolocico, L., 2012. *Estimarea Produsului Intern Brut potențial al economie națională a Republicii Moldova*. Chisinau, ASEM, pp. 23-28.
10. Дойгерти, К., 2001. *Введение в Эконометрику*. Москва: ИНФРА.