

Lia POPOVICI

STATISTICA

PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PROFESIONAL TEHNIC

SUPORT DE CURS



Chișinău - 2023



**ACADEMIA DE STUDII
ECONOMICE DIN MOLDOVA**



COLEGIUL NAȚIONAL DE COMERȚ AL ASEM

Lia POPOVICI

STATISTICA

PENTRU ÎNVĂȚĂMÂNTUL PROFESIONAL TEHNIC

SUPPORT DE CURS

Chișinău - 2023

CZU 311(075.32)

P 83

Suportul de curs a fost examinat, aprobat și recomandat pentru publicare în cadrul ședinței Consiliului metodic-științific al Colegiului Național de Comerț al ASEM din 19 ianuarie 2023 (proces-verbal nr.4).

DESCRIEREA CIP A CAMEREI NAȚIONALE A CĂRȚII DIN REPUBLICA MOLDOVA

Popovici, Lia.

Statistica : pentru învățământul profesional tehnic : Suport de curs / Lia Popovici ; Academia de Studii Economice din Moldova, Colegiului Național de Comerț al ASEM. – Chișinău : SEP ASEM, 2023. – 70 p. : fig., tab.

Bibliogr.: p. 70 (17 tit.). – În red. aut. – 50 ex.

ISBN 978-9975-147-90-3.

311(075.32)

P 83

ISBN 978-9975-147-90-3.

© Autor: POPOVICI Lia
profesoară de discipline economice,
grad didactic întâi

© 2023. Autorul lucrării. Toate drepturile rezervate. Reproducerea integrală sau parțială a textului, prin orice mijloace, fără acordul autorului și al SEP al ASEM, este interzisă și se pedepsește conform legii.

Autorul își asumă întreaga responsabilitate pentru ideile exprimate, originalitatea materialului și pentru sursele bibliografice menționate.

CUPRINS

Lista semnelor în Suport de Curs	
Notă introductivă	5
Unitatea de conținut 1: Statistica ca știință, instrument de cunoaștere și dirijare economică.	6
1.1 Geneza, concept, obiectul de studiu, metoda și sarcinile statisticii	7
1.2 Concepte de bază folosite în studiul statistic	8
Unitatea de conținut 2: Observarea statistică	12
2.1 Importanța observării statistice în cadrul cercetării statistice	13
2.2 Metode și tipurile de observare statistică	14
2.3 Erori de înregistrare statistică	15
Unitatea de conținut 3: Prelucrarea și sistematizarea datelor statistice	16
3.1 Metode de prelucrare primară a datelor statistice	17
3.2 Reprezentarea datelor statistice	19
3.2.1. Distribuțiile statistice	19
3.2.2. Tabelele statistice	20
3.2.3. Reprezentarea grafică	22
Unitatea de conținut 4: Indicatorii statistici în mărimi relative și absolute	23
4.1 Indicatorii absoluți și derivați	24
4.2 Indicatorii relativi, formele de exprimare	25
4.3 Diversitatea mărimilor relative și modul de calcul al mărimilor relative	25
Unitatea de conținut 5: Indicatorii tendinței centrale (Indicatorii medii)	28
5.1 Indicatorii tendinței centrale – noțiuni generale	29
5.2 Media aritmetică	29
5.3 Mediile cu aplicații speciale și de calcul	31
5.4 Mediile de poziție. Modul	32
5.5 Mediana	33
Unitatea de conținut 6: Indicatorii variației, asimetriei și boltirii.	40
6.1 Noțiuni generale	40
6.2 Indicatorii variației într-o serie de repartiție unidimensională (simpli ai variației)	40
6.3 Indicatorii variației într-o colectivitate împărțită în grupe (sintetici)	41
6.4 Indicatorii de asimetrie și boltire	42
Unitatea de conținut 7: Metode de analiză statistică a legăturilor dintre variabilele economice.	47
7.1. Conceptul de legătură statistică	48
7.4 Indicatorii sintetici ai corelației	52
7.5 Verificarea semnificației coeficientului de corelație:	53
7.6 Metode neparametrice de măsurare a intensității legăturilor dintre fenomene.	53

Unitatea de conținut 8: Analiza Seriilor Cronologice (SCR)	57
8.1 Noțiuni generale, concepte de SCR. Clasificarea SCR	57
8.2 Sistemul de indicatori ai SCR	59
8.3 Modelarea statistică a SCR	62
Unitatea de conținut 9: Indicii statistici	63
9.1 Noțiuni generale	65
9.2 Clasificarea indicilor statistici	65
9.3 Indicii individuali	66
9.4 Indicii sintetici și agregați	66
9.5 Indicii calculați ca mărimi medii	Error! Bookmark not defined.
Sarcini pentru Studiul Individual ghidat de profesor	70
Resurse bibliografice	70

LISTA SEMNELOR ÎN SUPORT DE CURS



- definiții



- sarcini independente



- întrebări recapitulative



- aplicații practice propuse spre rezolvare



- model de situații practice rezolvate

NOTĂ INTRODUCIVĂ

Statistica, este o știință de bază de cunoaștere a proceselor social-economice care au loc în societate, care este compus dintr-un ansamblu de concepte și metode de calcul a indicatorilor micro și macroeconomici.

Prezentul suport de curs este un instrument de lucru pentru elevii din învățământul profesional tehnic, fiind conceput în așa fel, încât să le permită:

- orientarea în cunoașterea și aplicarea prin lecțiile practice, în cunoștință de cauză, la concepte și practici bazate pe prognoze și predicții;
- manifestarea propriei activități spre conceperea și realizarea unor situații de învățare, vizând formarea la elevi a competențelor specifice domeniului;
- dezvoltarea creativității didactice în adecvarea demersurilor didactice la particularitățile elevilor cu care lucrează;
- sugestiile metodologice au în vedere deplasarea accentului de pe conținuturi pe competențe.

Unitatea de curs Statistica, având un caracter aplicativ, presupune accentuarea dimensiunii acționare în formarea personalității elevului.

Elementele de noutate sunt legate de următoarele aspecte:

- orientarea către latura pragmatică a aplicării programei analitice: corelarea dintre unitățile de conținut și competențele specifice, permite profesorului să realizeze conexiunea explicită între ceea ce se învață și scopul pentru care se învață, corelația propusă are în vedere posibilitatea ca o anumită competență specifică să poată fi atinsă prin diferite unități de conținut, neexistând o corespondență biunivocă între acestea;
- recomandarea unor valori și atitudini care să completeze dimensiunea cognitivă a învățării cu cea afectiv-atitudinală și morală, din perspectiva finalităților educației;
- includerea unor sugestii metodologice care să orienteze spre modalități didactice concrete de utilizare a programei în proiectarea și realizarea activităților de predare – învățare - evaluare.

Metodologia statistică în cadrul acestui curs este strict necesară pentru unitățile de curs de profil care urmează să fie studiate de către elevi în anii următori, precum și pentru orice cercetare economică, în general. Unitatea de curs Statistica urmărește dezvoltarea la elevi a competențelor, care să le permită valorificarea eficientă a propriilor predicții și prognoze, și în perspectivă analiza rațională a unei decizii, în privința gestionării propriei afaceri.

Unitatea de conținut 1:
**STATISTICA CA ȘTIINȚĂ, INSTRUMENT DE CUNOAȘTERE ȘI
DIRIJARE ECONOMICĂ.**

1.1 Geneza, concept, obiectul de studiu, metoda și sarcinile statisticii.

1.2 Concepte de bază folosite în studiul statistic.

1.3 Etapele cercetării statistice. Organizarea studiului statistic în Republica Moldova.

1.1 Geneza, concept, obiectul de studiu, metoda și sarcinile statisticii

Se poate afirma că statistica a apărut din nevoia reală de a cunoaște în expresie numerică o serie de activități, fenomene și procese social-economice. Evidența lor datorează din cele mai vechi timpuri de dezvoltare a societății omenești odată cu inventarea scrisului, folosirii uneltelor de muncă mai productive și s-a perfecționat în deplina concordanță cu progresul economico-social.

Rădăcinile istorice ale statisticii moderne sunt:

1. *Statistica practică (prestatistica)* – datează din antichitate și cuprinde primele forme de evidență, servind nevoilor practice și conducerii vieții social-economice. Statistica a fost utilizată pentru descrierea statelor din punct de vedere geografic, economic, politic, cum ar fi:
 - Inventarierea aurului, pământului și animalelor în China, Egipt, Grecia;
 - Înregistrări primitive ale populației în statele sclavagiste: Egipt, Babilon, Asiria;
 - Înregistrări periodice, cunoscute sub denumirea de „census”, ale numărului populației, evidența impozitelor și întocmirea registrelor fiscal, cadastrale în Imperiul Roman (anii 600-550 î.e.n).

Datele statistice sunt întâlnite și în Biblie.

2. *Statistica descriptivă* - (sec XVI - XVIII) ca disciplină de învățământ și de concepte a statului, necesară conducerii de stat, această școală era reprezentată de: Herman Congring, Gotfried Achenwall, printre lucrările de vază putem remarca lucrarea lui Dimitrie Cantemir (1673-1723), „Descrierea Moldovei”, care poate fi considerată o monografie cu caracter geografic, economic, politic, social și cultural.

În 1743, savantul Gotfried Achenwall a introdus noțiunea de Statistică ca disciplină aparte de aritmetică.

3. *Aritmetica politică și calculul probabilității* care s-a dezvoltat în Anglia în paralel cu școala descriptivă germană putem numi lucrarea lui Petty William „Aritmetica politică” (1623-1687), unde au fost folosite așa noțiuni ca: medie, proporție, repetabilitate etc.
4. *Statistica probabilistică sau a calculului probabilității* corespunde sec. al XVIII-lea, odată cu creșterea rolului metodelor matematico-științifice în cunoașterea fenomenelor și cu apariția probabilităților. Dintre reprezentanții cei mai importanți sunt: Jacob Bernoulli (1654-1705) a formulat faimoasa „lege a numerelor mari” și atrage atenția asupra posibilității de utilizare a calculului probabilităților în economie, la fel se remarcă savanții matematicieni, precum: Pierre Simon Laplace, Karl Friedrich Gauss, etc.
5. *Statistica modernă* corespunde apariției în secolul al XIX-lea a birourilor sau oficiilor de statistică pe plan național și internațional, odată cu organizarea congreselor internaționale de statistică și cu apariția revistelor de specialitate. S-au formulat principiile teoriei selecției și a extinderii rezultatelor asupra colectivității generale, s-a fundamentat teoria corelației statistice și a analizei factoriale.

Statistica provine de la cuvântul „status” și are sensul de stare politică.

Prin **Statistică** se subînțelege:

- totalitatea datelor despre anumite fenomene (situația muncii, agriculturii, etc).
- procesul de colectare a datelor cu prelucrarea lor ulterioară sau activitatea practică a organelor de statistică.
- știința despre procedeele de investigație statistică, cu aplicare la cele mai variate fenomene economice și sociale.



de masă de tip colectiv a

Obiectul de studiu al statisticii – constituie mișcările curente continue ce se petrec în lumea fenomenelor și proceselor economice ce-și au existența sub formă de colectivități. Fenomenele nu pot deveni obiect de studiu al statisticii în forma lor de substanță materială, ci numai sub formă de mișcare și anume sub formă de mișcări curente continue privind creșterea, descreșterea, diversificarea și modificările structurale ale fenomenelor și proceselor de tip colectiv.

făcut necesară diversificarea statisticii în raport cu natura fenomenelor și proceselor observate, astfel s-au constituit **statistici specializate** cum:

- Statistica juridică
- Statistica bancară, care observă și studiază mișcările curente cantitative ale vieții complete din domeniul respectiv.
- Statistica socială, etc.

În funcție de obiectul său de studiu, statistica și-a dezvoltat și metoda sa de studiu. Metoda particulară a statisticii este reprezentată de un ansamblu de **principii metodologice** precum:

1. **Observarea faptică**, care este un proces complex ce presupune obținerea datelor. Principiul observării faptice cere observarea elementelor acolo unde ele există, și sub forma în care acestea există în timpul producerii lor. (observarea, măsurarea și înregistrarea datelor)

2. **Exprimarea numerică** reprezintă măsurarea fenomenelor observate de statistică datorită caracterului lui de masă, necesită exprimarea lor numerică.



Statistica – este știința care studiază aspectele cantitative ale determinărilor calitative a fenomenelor de masă, fenomenelor care sunt supuse acțiunii legilor statistice ce se manifestă în condiții concrete variabile în timp și în spațiu.

1.2 Concepte de bază folosite în studiul statistic

Conceptele de bază folosite în statistică sunt:

1. **Colectivitatea statistică (populația statistică)** - reprezintă totalitatea fenomenelor de aceeași natură supuse unui studiu statistic.

Ex: producția realizată de un agent economic într-o anumită perioadă de timp; Populația compusă din persoane având trăsături esențiale comune, grupa academică, etc.

Cu cât este mai numeroasă o colectivitate, cu atât devine mai dificilă cercetarea tuturor elementelor ei. O astfel de cercetare poate fi consumatoare de timp și costisitoare. Soluția poate fi extragerea unei subcolectivități (numită și colectivitate parțială, eșantion) din colectivitatea generală.

Eșantionul reprezintă un subiect de elemente selectate dintr-o colectivitate statistică.

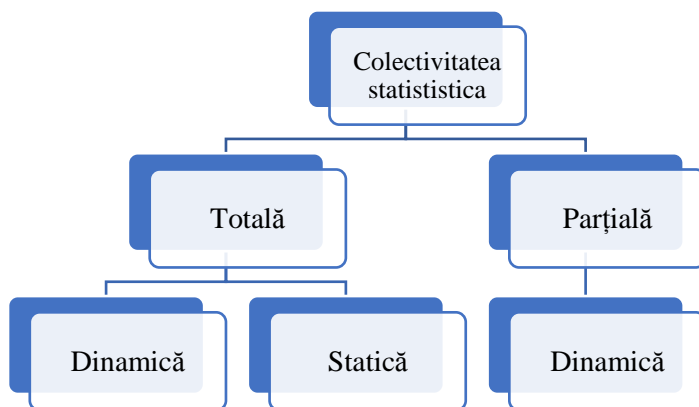


Figura 1.1 Clasificarea colectivității statistice

Statistica abordează colectivitățile fie statice fie dinamice. O colectivitate statistică exprimă o stare, un nivel la un moment dat de timp, o colectivitate dinamică - concretizează un proces în timp.

2. Unități (elemente) statistice - reprezintă elementele componente ale unei colectivități statistice.

Ex. Indivizii sunt unitățile statistice prin care se studiază populația unei țări la un moment dat.

Statistica operează atât cu unitățile simple (elevul, produsul, etc.) cât și cu unități complexe (grupe de elevi, familia, etc.)

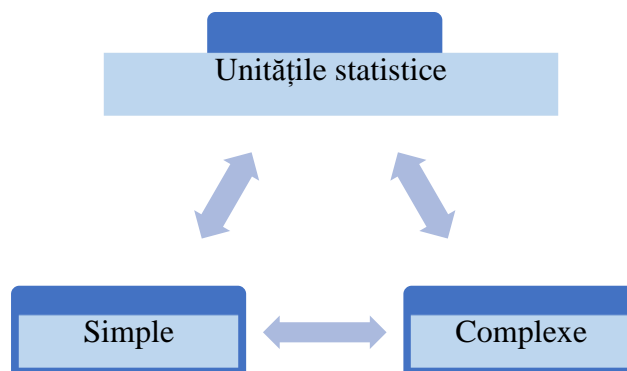


Figura 1.2. Clasificarea unităților statistice

Unitățile simple - sunt elemente componente ale colectivității (studentul, profesorul, vânzătorul)

Unitățile complexe - sunt rezultatul organizării sociale și economice a colectivității (unitatea economică, familia, grupa)

3. Caracteristica sau variabila statistică - reprezintă criteriile de bază conform cărora se caracterizează unitățile colectivității luate în studiu.

Ele pot fi trăsături ale unităților care definesc și delimitează unitățile colectivității care urmează să fie înregistrate. Formele concrete de manifestare ale caracteristicilor la nivelul fiecărei unități ce înregistrează aceste variații se numesc - frecvență sau pondere.

Caracteristica statistică se diferențiază după mai multe criterii și anume:

- ✓ după modul de exprimare:
 - caracteristici calitative - exprimate prin cuvinte
 - caracteristici cantitative - celelalte
- ✓ după natura variației:
 - cu variație continuă
 - cu variație discontinuă
- ✓ după conținutul lor:

- de timp (arată apartenența unității la un moment dat sau precedent)
- de spațiu (din punct de vedere al situației teritoriale)
- atributive (pentru definirea fenomenelor studiate)
- ✓ după modul de obținere și utilizarea datelor:
 - primare (se obțin la prima etapă a cercetării statistice)
 - derivate (ce se obțin în urma prelucrării datelor)

4. Datele statistice - reprezintă caracterizarea numerică obținute de statistică în legătură cu unitățile, grupele sau colectivitatea studiată. Datele statistice pot fi primare, rezultate direct din observarea și înregistrarea statistică, relevate, publicate sau stocate. Orice dată statistică este purtătoare de informație și ele conțin mesajul datelor statistice.

5. Indicatorii statistici - reprezintă expresia numerică a unor fenomene, procese, activități sau categorii economice și sociale definite în timp, spațiu și au structură organizatorică ce se regăsesc cu regularitate în statistica oficială, precum și în alte publicații științifice.

Indicatorii statistici pot fi obținuți prin:

- a) *măsurare*, presupune exprimarea unor unități concrete de măsură și se face atunci, când statistica vine în contact direct cu informația statistică sau cu fenomenele înregistrate.
- b) *estimare*, presupune o caracterizare statistică utilizând un model sau o ipoteză statistică prin care pe baza datelor parțiale de care se dispune, se determină o serie de indicatori generalizatori asupra fenomenului studiat.

Indicatorii statistici pot fi clasificați după diferite criterii:

a) după modul de determinare pot fi:

- ✓ *indicatorii primari* – sunt rezultatul unei măsurări statistice, și exprimă în mărime absolută o dimensiune oricare a unui colectivități sau al unui element al acestuia.

Ex: Volumul total sau pe grupe al unei colectivități etc.

- ✓ *indicatori derivați*, se obțin prin prelucrarea indicatorilor elementari.

b) după gradul de cuprindere, indicatorii statistici pot fi:

- ✓ *indicatori sintetici*, care sunt expresii numerice ale categoriilor economice de sinteză cum ar fi indicatorii sintetici de rezultate la nivel macroeconomic: PIB; PIN
- ✓ *indicatorii analitici* care exprimă componența pe grupe sau structura unei colectivități și influența factorilor care influențează asupra acestora.

c) după forma de exprimare:

- ✓ *indicatori în mărimi absolute;*
- ✓ *indicatori în mărimi relative și mărimi medii.*

Conținutul și formele pe care le îmbracă indicatorii statistici, precum și etapa în care sunt elaborați sunt strâns legate de funcțiile pe care le îndeplinesc.

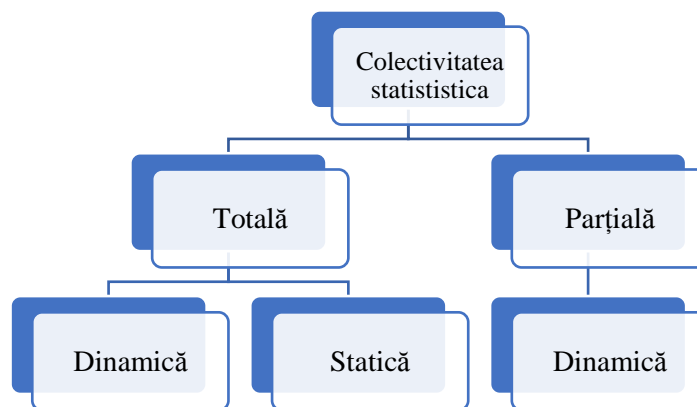


Figura 1.3. Clasificarea indicatorilor statistici

Conținutul și formele pe care le îmbracă indicatorii statistici, precum și etapa în care sunt elaborați sunt strâns legate de funcțiile pe care le îndeplinesc.

Funcțiile indicatorilor statistici sunt următoarele:

1. **Funcția de măsurare**, derivând din însuși obiectul statisticii, care studiază aspectele cantitative ale determinărilor calitative ale fenomenelor de masă, fenomene care sunt supuse legilor statistice ce se manifestă în condiții concrete, variabile în timp și spațiu. Măsurarea se face fie prin observare directă la nivelul fiecărei unități, fie printr-o operație de agregare sau dezagregare a datelor statistice în structura orizontală sau verticală a sistemului. În urma acestor operații rezultă indicatori exprimați în unități concrete de măsură, deci în mărimi absolute;
2. **Funcția de comparare** se manifestă atunci când se urmăresc modificările ce apar în volumul, structura și dinamica fenomenelor ce fac obiectul studiului statisticii. În urma comparării rezultă fie indicatori exprimați în mărimi absolute (dacă compararea s-a făcut ca diferență), fie indicatori derivați, exprimați în mărimi relative, în unități abstracte (coeficienți, procente, promile, etc, dacă compararea s-a realizat ca raport);
3. **Funcția de analiză** apare datorită relațiilor care există între parte și întreg, între factor și rezultat în cadrul studiului fenomenului de masă. Cu ajutorul acestei funcții se depistează și se înlătură acele valori care se îndepărtează semnificativ de la legitatea specifică de variație a fenomenelor studiate;
4. **Funcția de sinteză** presupune sintetizarea valorilor individuale diferite într-o singură expresie numerică care va exprima ceea ce este esențial și tipic pentru o colectivitate. În urma sintezei rezultă indicatori sub formă de mărimi medii sau agregate;
5. **Funcția de estimare** se manifestă îndeosebi în teoria sondajului statistic unde, pe baza unor indicatori calculați pe eșantionul reprezentativ, se estimează indicatorii corespunzători pentru colectivitatea totală. Indicatorii rezultați au forma unor ecuații de estimare;
6. **Funcția de verificare** a ipotezelor și de testare a semnificației unor indicatori statistici este specifică investigației statistice.

Funcțiile indicatorilor statistici se manifestă într-o permanentă complementaritate.

În practica socio-economică, pentru caracterizarea multilaterală a stării și dezvoltării unor colectivități se folosesc sisteme de indicatori care se realizează sub îndrumarea organului central de cercetări statistice.

1.3 Etapele cercetării statistice

Cercetarea statistică se efectuează de obicei în 3 etape:

I	Observarea statistică	Culegerea și înregistrarea materialului, datelor de masă. Sunt utilizate așa metode de culegere ca: metoda recensământului, metoda sondajului statistic, anchetele statistice, sistemul rapoartelor statistice.
II	Prelucrarea datelor de masă	<ul style="list-style-type: none">● Sistematizarea datelor și indicatorilor;● Calculul indicatorilor statistici;● Metoda grupării statistice;● Metoda mediilor și indicilor;● Corelația și regresia, ajustarea, etc.
III	Analiza și interpretarea statistică	<ul style="list-style-type: none">● Compararea datelor;● Formularea concluziilor asupra întregii cercetări;● Efectuarea calculelor de prognoză.

Sarcini independente:

1. Descrie modul de organizare a studiului statistic în Republica Moldova;
2. Definește Biroul Național de Statistică (BNS);
3. Enumeră sarcinile BNS;
4. Interpretează principiile de funcționare ale BNS;
5. Determină atribuțiile BNS;
6. Interpretează Organigrama BNS.



Întrebări recapitulative:

1. Care sunt principalele etape ale dezvoltării statisticii?
2. Care sunt semnificațiile actuale ale cuvântului statistică?
3. Ce înțelegi prin fenomene și/sau procese de masă? Exemplifică
4. Care este obiectul de studiu al statisticii?
5. Numește fazele/etapele unui studiu/cercetări statistice.
6. Ce metode sunt particulare observării statistice?
7. Ce metode distincte sunt specifice etapei de prelucrare statistică?
8. Ce este o colectivitate statistică? Exemplifică
9. Ce reprezintă unitatea statistică? Exemplifică
10. Ce numim caracteristica/variabila statistică? Exemplifică
11. Cum se clasifică caracteristica statistică în funcție de criterii de clasificare?
12. Ce este un indicator statistic?



Unitatea de conținut 2: **OBSERVAREA STATISTICĂ**

2.1 Importanța observării statistice în cadrul cercetării statistice

2.2 Metode și tipurile de observare statistică

2.3 Erori de observare

2.1 Importanța observării statistice în cadrul cercetării statistice

Observarea statistică este etapa care înregistrează caracteristicile elementelor unei obiectivități și astfel se obține materialul factual.



Observarea statistică reprezintă un proces complex de identificare, măsurare și înregistrare a fenomenelor de masă de tip colectiv în forma lor individuală și concretă de manifestare.

Cunoașterea și stăpânirea fenomenelor și proceselor economico-sociale depinde de informația de care dispune. Informația are rolul de a ajuta pe manager în ameliorarea deciziilor sale. Formarea informațiilor statistice are ca punct de aplicare observarea statistică.

Realizarea unei observări statistice presupune respectarea unor **principii**, dintre care se evidențiază următoarele:

1. *Autenticitatea și exactitatea datelor.* Asigurarea autenticității datelor reprezintă principiul de bază al observării statistice, de respectarea acestui principiu depinde autenticitatea informației statistice și, implicit, calitatea deciziei. Respectarea acestui principiu presupune asigurarea concordanței dintre datele înregistrate și dimensiunea reală a fenomenului observat.
2. *Deplinătatea datelor.* O informație insuficientă nu va duce la descoperirea legităților obiective de manifestare a fenomenului sau procesului studiat.
3. *Obținerea datelor în timp util.* Obținută cu întârziere, o informație, deși corespunzătoare principiilor deplinătății și exactității, nu mai poate fundamenta o decizie care să asigure conducerea și orientarea eficientă a unei activități.
4. *Eficiența procesului de observare.* Acest principiu presupune să se culegă numai date care să ducă la obținerea informației necesare asupra totalității observate. Datele inutile fac inefficient procesul observării.
5. *Unitatea de formă a culegerii datelor statistice* presupune, că observarea se efectuează în baza programelor și planurilor unice pentru toate unitățile totalității, folosindu-se anchete sau fișe statistice unice, unde sunt înregistrate toate caracteristicile fenomenului cercetat.

Programul unei observări statistice cuprinde metodologia și modul de organizare a procesului de culegere a materialului factual nou supus cercetării.

Programul observării statistice vizează următoarele aspecte:

1. Stabilirea scopului observării;
2. Obiectul observării îl formează colectivitatea cercetată sau mulțimea unităților care vor înregistra împreună caracteristicile stabilite de scopul urmărit;
3. Unitățile de observare;
4. Precizarea caracteristicilor statistice;
5. Formularele și instrucțiunile de înregistrare;
6. Timpul observării;
7. Locul și unitatea care raportează;
8. Problemele organizatorice.

2.2 Metode și tipurile de observare statistică

Diversitatea formelor sub care există și se manifestă colectivitățile statistice a generat o varietate de metode de observare statistică.

Gruparea lor în sisteme are la bază diferite criterii, cum ar fi;

✓ După numărul unităților înregistrate, observările se subdivid:

a) *înregistrare totală* - presupune cuprinderea tuturor unităților care compun colectivitatea

Ex: recensămintele, rapoartele statistice;

b) *înregistrarea parțială* - presupune înregistrarea unei părți din totalul unităților statistice ale colectivității pe care vrem să o cunoaștem.

Ex: Cercetări prin sondaj, selecție.

✓ După timpul la care se referă datele, observările statistice pot fi:

a) *înregistrări curente*, presupun observarea unităților colectivității în mod permanent după criteriul cronologic al aparițiilor lor. Se efectuează în special prin sistemul rapoartelor statistice.

b) *înregistrări periodice* (la momente) fac parte din sistemul observărilor statistice special organizate.

Ex: Recensământul populației (o dată la zece ani).

c) *înregistrările ocazionale (unice)*- privesc fenomenele cu caracter de discontinuitate. Se fac pentru consemnarea statistică a unui eveniment nereperabil.

✓ După modul de organizare a activității social-economice, deosebim:

a) observări permanente, care se efectuează prin intermediul sistemului informațional statistic;

b) observări special organizate ca: recensăminte, anchete, monografii.

În cadrul metodelor de înregistrare statistică se cunosc ***următoarele tipuri de lucrări statistice:***



a) **Recensământul**- este o metodă de observare statistică și este cea mai veche formă de observare statistică. Recensământul este o înregistrare total special organizată cu caracter periodic și este folosit pentru cunoașterea stării fenomenului la un moment dat.

b) **Rapoartele statistice** - (dări de seamă statistice) reprezintă lucrări de înregistrare totală, dar curentă, și constituie una din principalele forme de observare statistică. Rapoartele statistice sunt documente oficial tipărite și întocmite de Departamentul de Analiza Statistică, care urmează să fie completate de toți agenții economici cuprinși în sistemul informațional economic.

c) **Ancheta statistică**. Prin sondaj sau prin selecție fac parte alături de recensământ din categoria observațiilor special organizate. Observările prin sondaj presupun înregistrări parțiale ale unei colectivități.

d) **Monografia** - este o înregistrare special organizată și are ca obiectiv cunoașterea multilaterală și în profunzime a unei singure unități complexe sau al unei singure probleme. Ca obiect de studiu a monografiei se poate constitui o zonă geografică și social-economică a întreprinderii, un proces social etc.

În funcție de obiectivele cercetării statistice, și modul în care se pot obține informațiile, metodele de observare statistic prezentate se pot utilizeze fie separate, fie împreună.

Pe lângă metodele de observare descrise, în activitatea practică, statistica mai folosește și *observarea părții principale* (în cazul colectivităților structurate pe grupe de importanță diferită), *observarea pieței țărănești*, *bugetele familiei* (pentru cunoașterea veniturilor populației și a destinației lor).

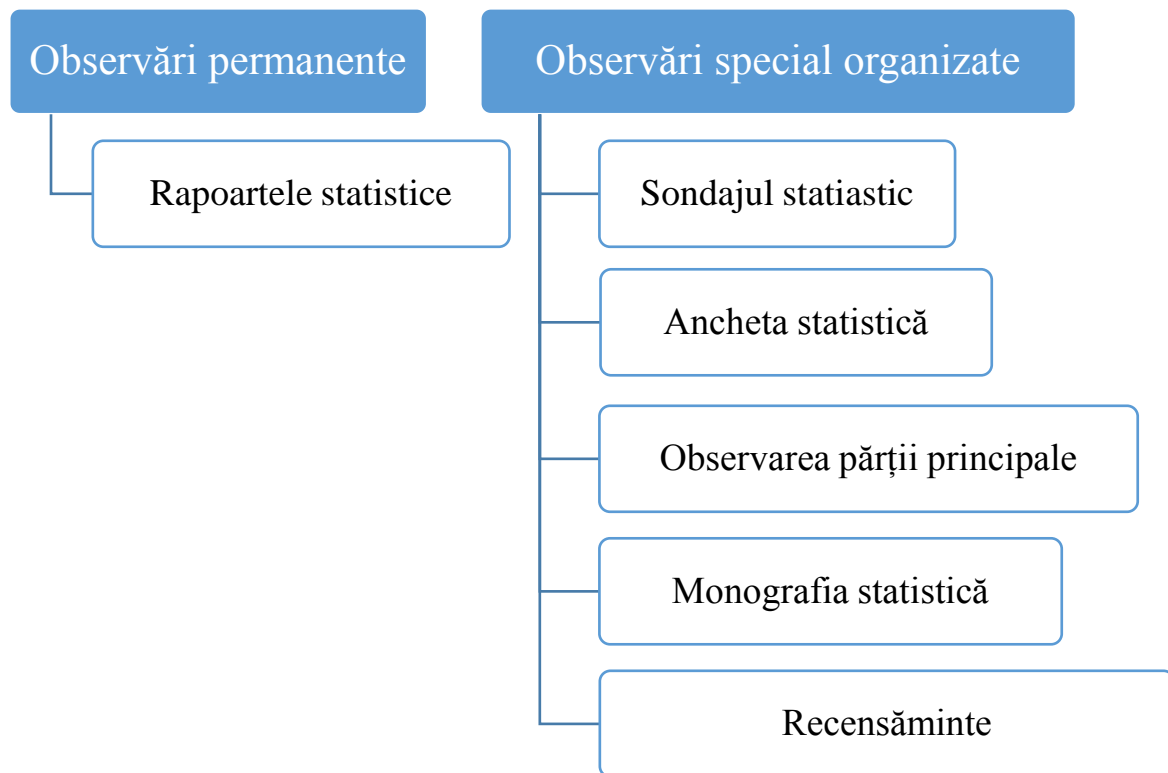


Figura 2.1 Metode și lucrări practice în observarea statistică

2.3 Erori de înregistrare statistică

Asigurarea autenticității datelor înregistrate constituie principiul de bază al înregistrărilor statistice. Practica a demonstrat că nici o înregistrare nu poate fi considerată exactă în sensul absolut al cuvântului. Oricât de bine ar fi pregătită și executată o înregistrare statistică nu se poate asigura concordanța perfectă între datele înregistrate și valorile reale ale fenomenului cercetat ca urmare se produc erori de înregistrare.



Eroarea de înregistrare reprezintă diferența dintre rezultatul obținut prin înregistrare și mărimea concretă reală a nivelurilor caracteristice înregistrate, adică: $e_i = x_i - x_e$, $i = 1; n$

Unde x_i – este valoarea obținută prin înregistrarea nivelului “i” al caracteristicii “x”, iar x_e valoarea adevărată al acesteia.

Erorile ce se produc pot avea surse și cauze variate. După sursa și modul de producere al lor, erorile de înregistrare statistică pot fi:

1. *Erori întâmplătoare* - sunt foarte numeroase, se produc în ambele sensuri și pot surveni nepremeditat. Din cele mai multe ori din neatenție și se afectează într-o mică măsură rezultatele observării datorită caracterului lor întâmplător.
2. *Erori sistematice* - produc abateri semnificative și de același sens de la realitatea observată, ceea ce impune luarea unor măsuri de prevenire sau corectare a lor. Se datorează faptului că instrucțiunile de culegere a datelor nu au fost corect înțelese, sau nu au fost corect aplicate.
3. Pe lângă erori se produc și *greșeli*. Greșelile se înregistrează datorită lipsei de experiență sau altor circumstanțe. Diferența între eroare și greșală este mare, anume: Erorile ca rezultat al influenței factorilor aleatorii pot fi evaluate, Greșelile nu pot fi evaluate.

Ex: Dacă se constată că diferența dintre o valoare individuală și celelalte valori înregistrate, atunci, dacă limitele admise ale acestei valori sunt depășite, ne aflăm în fața unei greșeli ca și urmare trebuie să se facă măsurarea respectivă.

Prevenirea erorilor de observare. Pentru a evita apariția erorilor în etapa culegerii datelor, se recomandă:

1. Formularea și transmiterea de instrucțiuni clare. Este indicat să fie menționate cazurile în care riscul apariției erorilor este mai mare;
2. Elaborarea de formulare complete în care să se specific cu multă claritate ce anume trebuie să se înregistreze;
3. Stabilirea unor ”chei de control” utilizabile încă în etapa culegerii datelor;
4. Efectuarea unor observări de probă;
5. Prevenirea celor care comunică date asupra scopului observării și, implicit, asupra importanței obținerii de date autentice.

Lucrările de prevenire a erorilor și de control a datelor înregistrate au în vedere eliminarea sau diminuarea erorilor sistematice și a greșelilor care pot să apară într-o observare statistică. Alături de acestea, pentru obținerea unor rezultate cât mai reale, se impune evaluarea cât mai precisă a erorilor întâmplătoare, care rămân și influențează în mod inevitabil rezultatele. Preocupări pentru studiul erorilor de înregistrare și a metodelor de estimare a acestora se întâlnesc încă din secolul al XVII-lea. Trebuie amintite îndeosebi contribuțiile lui Laplace și Gauss (legea normală a repartiției, metoda celor mai mici pătrate, eroarea probabilă a mediei).

Controlul datelor statistice face legătura între observarea și prelucrarea datelor statistice.

Sarcini independente:



1. Descrie modul de culegere a datelor de masă de la persoanele juridice din Republica Moldova;
2. Rolul recensământului în evidența datelor de masă;
3. Analizează datele statistice din ultimul recensământ al populației R.Moldova;
4. Interpretează rezultatele recensământului populației prin diagrame statistice după caracteristica gen, vârstă, mediu de trai;
5. Elaborează un proiect cu referire la utilizarea datelor statistice în monografia lui Dimitrie Cantemir “Descrierea Moldovei”.

Întrebări recapitulative:

1. Ce înțelegi prin observare statistică?
2. Ce principii de bază trebuie respectate în cadrul unei observări statistice?
3. În ce constă principiul de autenticitate și exactitatea datelor? Exemplifică.
4. În ce constă principiul de deplinătate a datelor? Exemplifică.
5. Care sunt problemele metodologice necesare a fi rezolvate în cadrul etapei de observare statistică?
6. Care sunt problemele de ordin organizatoric puse în fața etapei de observare statistică?
7. Ce tipuri de formulare statistice sunt utilizate în practică observării statistice?
8. Care sunt cele trei tipuri de observări clasificate după timpul de înregistrare.



Unitatea de conținut 3:

PRELUCRAREA ȘI SISTEMATIZAREA DATELOR STATISTICE

3.1 Metode de prelucrare primară a datelor statistice

3.2 Reprezentarea datelor statistice

3.2.1 Seria (distribuția) statistică

3.2.2 Tabelele statistice

3.2.3 Grafice statistice

3.1 Metode de prelucrare primară a datelor statistice

Metode de prelucrare primară a datelor statistice prezintă forme concrete individuale de manifestare a fenomenelor și proceselor observate. Utilizarea lor în analiza și interpretarea statistică a fenomenelor face necesar studierea procesului prelucrării statistice.



Prelucrarea statistică este un proces complex prin care datele înregistrate sunt sistematizate și tratate statistic în vederea obținerii indicatorilor statistici

Prelucrarea statistică cuprinde următoarele operații:

- Clasificarea și gruparea datelor;
- Centralizarea pe întreaga colectivitate și pe părțile ei componente;
- Calculul indicatorilor absoluți și derivați;
- Prezentarea rezultatelor obținute în tabele, grafice și serii statistice.

Sistematizarea datelor înregistrate presupune ordonarea acestora în funcție de omogenitatea lor. Rezultatul sistematizării se prezintă într-o formă comod de manevrat prin serii, tabele și grafice. Sistematizarea datelor reprezintă prima fază a prelucrării statistice și vizează obținerea distribuției statistice. Se realizează prin centralizarea și gruparea datelor.

Centralizarea presupune totalizarea unităților statistice sau a valorilor unei caracteristici la nivelul grupelor tipice sau a colectivității observate. Totalizarea valorilor unei caracteristici se face prin însumarea direct sau prin mijlocirea unor coeficienți de echivalență (prețuri, consumuri normate, etc.)

În urma centralizării se obțin indicatorii statistici de nivel.

Ex: Numărul populației unei localități la un moment dat; Valoarea producției unei firme pe o perioadă considerată.

Gruparea statistică este o centralizare pe grupe al unităților unei colectivități. Gruparea statistică constă în separarea unei colectivități în subcolectivități omogene din punct de vedere al uneia sau a mai multor caracteristici. O subcolectivitate este considerată omogenă când unitățile de observare component diferă în mică măsură una de alta încât se poate afirma că în esență aparțin aceluiași tip colectiv. Clasificarea grupărilor se poate efectua diferit în funcție de numărul caracteristicilor de grupare și de natura acestora.

- ✓ După numărul caracteristicii de grupare:
 - grupări simple
 - grupări combinate.
- ✓ După natura caracteristicii de grupare, pot fi:
 - grupă după o caracteristică de timp;
 - grupă după o caracteristică de spațiu;

- grupă după o caracteristică calitativă.

Aplicarea metodelor grupărilor statistice presupune rezolvarea următoarelor probleme:

- ✓ Precizarea scopului pentru care se face gruparea;
- ✓ Alegerea caracteristicii sau caracteristicilor de grupare;
- ✓ Stabilirea numărului de grupe care urmează să împartă unitățile colectivității;
- ✓ Determinarea mărimii intervalului de grupare în cazul caracteristicilor exprimate numeric;
- ✓ Delimitarea grupelor de variație și separarea unităților pe intervale de grupare (pe grupe).

Etapele grupării statistice

1. *Gruparea statistică* este folosită pentru sistematizarea materialului factual în vederea prelucrării fie pentru analiza directă. Scopul grupării se stabilește în concordanță cu obiectul cercetării.
2. *Alegerea caracteristicii de grupare.* Caracteristica de grupare este caracteristica după care se face separarea unităților în grupe omogene. Drept caracteristică de grupare se alege o caracteristică esențială cu un caracter stabil pentru unitățile colectivității care exprimă natura fenomenului cercetat și în același timp corespunde scopului grupării.
3. *Alegerea numărului de grupe și a mărimii intervalului de grupare,* se face ținând seama de scopul urmărit, când gruparea are rolul de sistematizare a datelor în vederea prelucrării și obținerii indicatorilor derivați și se ia un număr mare de grupe pe cât posibil cu interval egale de variație. Gruparea se folosește ca mijloc de analiză în vederea stabilirii structurii, pe tipuri calitative și a mutațiilor intervenite în structura colectivităților comparate, atunci se ia un număr mai mic de grupe și intervale neegale de variație de la o grupă la alta.

Ex: Gruparea statistică a unei populații după caracteristica calitativă exprimate cifric: "vârsta" se efectuează în mod obișnuit de ani, de vârstă. Pentru calculele demografice se folosesc intervalele:

0 - 10

10 - 20

...

90 – peste

Necesitățile de analiză demo-economică include gruparea populației după caracteristica de vârstă în grupe tipice cu interval neegale:

0 - 18

18 - 63

și peste 63

Cele 3 grupe corespund noțiunii de populație tânără, populație adultă, populație vârstnică.

Mărimea intervalului de grupare se află astfel:

- a) Se stabilește amplitudinea variației (**A**) cu relația:

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

unde x_{\max} este nivelul maxim al caracteristicii, x_{\min} – nivelul minim.

- b) Se stabilește mărimea intervalului de grupare, ce se înseamnă prin **l**, și aici se disting 2 situații:

- Cazul când se dau numărul de grupe sau se știe numărul de grupe. Formula de calcul este:

$$l = \frac{A}{r}$$

unde **r** – numărul de grupe

- Cazul când nu se fixează numărul de grupe, atunci se folosește *formula M.A. Sturges*:

$$r = 1 + 3,322 \times \lg n_i$$

unde n_i – numărul unităților colectivității.

- c) Se formează intervalele de grupare. Pornind de la x_{\min} al caracteristicii sau de la o valoare puțin mai mică la care se adaugă mărimea intervalului de grupare.

Intervalul de variație reprezintă un grup omogen despărțit de restul colectivității prin cele 2 limite: inferioară și superioară:

<u>Limita inferioară</u>		<u>Limita superioară</u>
2	-	4
4	-	6
6	-	8

Intervalele de grupare pot fi:

- Interval egale: 2 – 4; 4 – 6; 6 – 8
- Interval neegale: 5 – 8; 8 – 14; 14 – 22
- Interval închise: 2 – 4; 4 – 6; 6 – 8
- Interval deschise: până la 5; 5 – 8; 8 – 11; 11 și peste

În cazul când avem interval deschise se impune închiderea lor, anume: intervalul se închide scăzând din limita superioară mărimea intervalului următor. Dacă aceasta este negativă se ia drept limită inferioară valoarea zero. Ultimul interval se închide adăugând la limita sa inferioară mărimea intervalului penultimul.

Gruparea pe variante (x_i) presupune ordonarea datelor în sens crescător și obținerea frecvenței de apariție



[Aici accesează model de situație practică rezolvată](#)



3.2 Reprezentarea datelor statistice

În vederea aplicării metodelor de calcul, interpretarea statistică și rezultatele sistematizării datelor se prezintă sub formă de: serii, tabele și grafice. Rezultatele grupării pot fi destinate publicațiilor în manualele statistice, buletine statistice, etc. În acest caz prezentarea datelor încheie procesul de cunoaștere statistică.

3.2.1. Distribuțiile statistice

Distribuțiile statistice sunt cunoscute în general sub denumirea de **serii statistice** și se obțin ca rezultat al sistematizării datelor prin grupare. Serii statistice se diferențiază între ele în funcție de numărul și de natura caracteristicilor de grupare. După numărul caracteristicilor de grupare distribuțiile pot fi univariate, bi- și multivariate. În cazul sistematizării după o singură caracteristică rezultă serii univariate (unidimensionale), iar în cazul sistematizării simultane după două sau mai multe caracteristici rezultă serii bi- și multivariate. Dacă admitem o colectivitate **C** cu **n** elemente ordonate după **P** caracteristici în urma sistematizării rezultă un ansamblu de **P** șiruri de date cu **n** linii în care elementele colectivității și variantele caracteristicilor de grupare sunt reprezentate pe identificatorii **I**.

O distribuție (serie) statistic univariată prezintă corespondența dintre 2 șiruri de date statistice sistematizate într-o succesiune logică. Primul șir reprezintă valori ale caracteristicii de grupare, iar al doilea șir reprezintă frecvența de apariție corespunzătoare. Pentru colectivitatea **c** cu **n** elemente ordonate după o variație statistică **x** cu valorile x_1 și $i=1; m$, unde $(x_1 < x_2 < \dots < x_m)$, la fiecare valoare x_i corespunde un efectiv n_i . Ansamblul valorilor x_i cu numărul elementelor n_i asociate fiecărei variante x_i respective fiecărei clase $j_i (x_{i-1}, x_i)$ formează o serie statistic univariabilă.

O serie statistică formată de ansamblul cuplurilor de valori $(x_i; n_i)$, se notează astfel: **x**: $(x_1; x_2; \dots x_n)$

În cazul seriilor de interval notăm: $x(j_i; n_i)$, $i = 1, k$, unde j_i reprezintă intervalele ($x_{i-1}; x_i$)

Orice nivel x_i al caracteristicii de grupare cu frecvența sa de apariție n_i formează termenul seriei $x_i n_i$, elemental de bază al unei serii statistice. Un termen al seriei reprezintă valoarea globală corespunzătoare nivelului x_i

Ex: dacă x ar reprezenta salariul, iar n angajații unei firme, atunci $x_i n_i$ reprezintă masa salarială corespunzătoare nivelului " i " al salariului.

După natura caracteristicii de grupare se disting:

- ✓ Serii de timp numite și serii dinamice sau cronologice;
- ✓ Serii de spațiu sau teritoriale ce prezintă variația în teritoriu a unui fenomen.

Ex: O serie teritorială poate fi densitatea R. Moldova pe raioane.

- ✓ Serii calitative, prezintă variația după o caracteristică calitativă. Seriile calitative pot fi:
 - Cu atribuție calitativ (caracteristici exprimate prin cuvinte)
 - Cu atribuție cantitativă (cu variabila prezentată pe variante sau pe interval de variație)

3.2.2. Tabelele statistice

În vederea ordonării operațiilor impuse de prelucrare, seriile statistice sunt prezentate în tabelele statistice de regulă cu simpla sau dubla intrare. O tabelă statistică trebuie să cuprindă următoarele *elemente*:

1. *Titlul general* – adică obiectul tabelului trebuie să fie complet și să prezinte caracteristica de distribuție și să definească colectivitatea observată. Titlul general se notează deasupra tabelului sau imediat sub el.
2. *Titlurile inferioare* – cuprind subiectul și predicatul tabelului, adică colectivitatea observată și caracteristica, ele sunt notate în capul liniilor și coloanelor, subiectul și predicatul trebuie să fie exprimate concis și precis.
3. *Conținutul tabelului* reprezintă totalitatea informațiilor trecute în rubrici;
4. *Unitatea de măsură* – utilizate pentru exprimarea elementelor prezentate în table, este precizată în titlul general când este aceeași pentru toate elementele sau în titlurile inferioare când în tabel sunt elemente exprimate diferit.
5. *Notele generale sau particulare*, ajută interpretarea datelor numerice și se înscriu imediat sub table, de obicei se notează * (asterics).
6. *Sursele datelor*
7. *Rubricile tabelului* trebuie să fie obligatoriu completate. Rubricile se completează cu date, când acestea nu se cunosc se completează prin "...", iar când nu există date rubricile se completează printr-o linie orizontală "___".

În raport cu numărul de caracteristici care au stat la baza grupării datelor întocmind tabele simple și tabele cu dubla intrare, un tabel simplu este folosit pentru prezentarea unei serii statistice unidimensionale.

Grupe de muncitori (x_i)	Frecvențe (n_i)
4 – 5	3
5 – 6	9
6 - 7	11

O serie statistică bidimensională se prezintă într-un tabel cu dubla intrare:

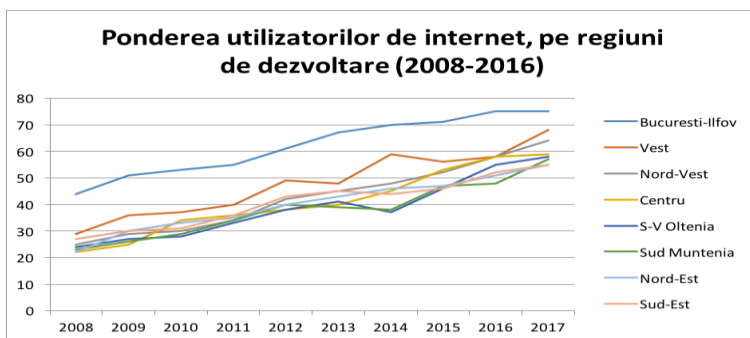
X	Y	y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	n _i
X ₁						
X ₂						
X ₃						
n _j						$\sum n_{ij}$

3.2.3. Reprezentarea grafică

Reprezentarea grafică este o metodă de prezentare sub forma unei imagini a datelor unei serii într-un sistem de coordonate dat.

Elementele unei reprezentări grafice sunt:

- Titlul graficului
- Axele de coordonate
- Rețeaua graficului, se construiește trasând linii paralele cu axele de coordonate pentru fiecare valoare x_i și y_i .
- Scara de reprezentare.
- Legenda, are rolul de a explica elementele reprezentate grafic.



Tipurile de grafice:

- Histogramul
- Poligonul frecvențelor
- Curba frecvențelor
- Diagrame de structură
- Diagrame polare, etc

Sarcini independente:

1. Prelucreză colectivitatea statistică (grupa academică) prin gruparea elevilor după caracteristica gen, mediu de trai, limba străină studiată, vârstă; ++

2. Analizând sursele statistice autentice, grupează populația R.Moldova după caracteristicile: gen, grup etnic, religie. Rezultatele sistematizării prezinți în tabele statistice urmărind toate elementele unui tabel.



Întrebări recapitulative:

1. Care sunt metodele principale ale etapei de prelucrare statistică?
2. Cum sunt sistematizate datele în primă fază a prelucrării statistice?
3. Ce numim centralizare statistică?
4. Ce condiții trebuie să îndeplinească datele statistice pentru a putea fi centralizată?

5. Ce înțelegeți prin gruparea datelor statistice?
6. Care e scopul unei grupări statistice?
7. Ce presupune gruparea simplă? Exemplifica.
8. Ce înțelegeți prin gruparea combinată? Exemplifica.
9. Cum poate fi realizată gruparea datelor după o caracteristică numerică (exprimată cifric)?
10. Când se aplică gruparea pe variante? Exemplifica.
11. Când se aplică gruparea pe intervale de variație? Exemplifica.
12. Când este preferabilă gruparea pe intervale de variație neegale? Exemplifica.
13. Ce înțelegeți prin intervale deschise?
14. Cum se determină limitele intervale deschise în cazul prelucrărilor ulterioare?
15. Cum se poate determina mărimea intervalului de grupare?
16. Cum are loc sistematizarea datelor pe intervale egale de variație?
17. Cum se determină numărul de grupe în cazul unei grupări pe intervale egale de variație?
18. Cum se determină mărimea intervalului de grupare în cazul unei sistematizări a datelor pe intervale egale?
19. Care sunt principalele mijloace de prezentare a rezultatelor prelucrării statistice?
20. Care sunt principalele elemente ale unui tabel statistic?
21. Ce numim o serie statistică?
22. Ce tipuri de frecvențe putem obține în cadrul unei distribuții statistice?
23. Ce numim grafic statistic?
24. Care sunt elementele de bază ale unui grafic statistic?
25. Care sunt principalele tipuri de grafice utilizate în prezentarea datelor statistice?
26. Prin ce tip de grafic se reprezintă seriile cronologice?
27. Prin ce grafic se reprezintă seriile de spațiu?
28. Prin ce grafic se prezintă structura unei colectivități?



Aplicații practice propuse spre rezolvare



Problema 1 Folosind datele cu privire la producția obținută într-o zi asupra unui eșantion de 50 de muncitori se cere să se efectueze gruparea pe 5 intervale de variație și prezentarea rezultatelor tabelar și grafic:

30 26 65 50 48 26 35 37 57 69 37 45 37 50 35 37 69 21 45 48 39
66 57 54 66 65 59 48 57 41 45 59 41 57 65 37 54 45 45 45 48 45 49 48
49 45 54 57 50 65

Problema 2 Folosind datele cu privire la Valoarea desfacerilor (mii lei/zi) din 12.03.2020, asupra unui eșantion de 46 magazine din orașul Bălți, se cere să se efectueze gruparea pe intervale de variație a datelor, reprezintă grafic rezultatele obținute și formulează concluzii:

308 330 290 300 265 230 236 45 250 280 290 300 330 45 290 320 300
185 100 90 150 96 290 280 300 250 240 180 150 100 330 270 96 290 150
58 78 90 200 150 300 180 250 49 80 90

Problema 3 Folosind datele cu privire la productivitatea săptămânală (bucăți/săptămână), de 45 muncitori al S.A Luceafărul, se cere să se efectueze gruparea pe variante de variație și gruparea pe intervale de variație a datelor, reprezentați grafic rezultatele obținute și formulați concluzii:

29 32 44 30 35 29 45 28 48 30 30 33 29 30 26 23 23 45 39 28 29 30
33 45 27 32 30 46 45 45 42 32 29 28 30 25 24 23 35 44 33 27 42 29 29

Unitatea de conținut 4:

INDICATORII STATISTICI ÎN MĂRIMI RELATIVE ȘI ABSOLUTE

4.1 Indicatorii absoluți și derivați.

4.2 Indicatorii relativi, formele de exprimare.

4.3 Diversitatea mărimilor relative și modul de calcul al mărimilor relative.

4.1 Indicatorii absoluți și derivați



Indicatorul statistic este expresia numerică a unui fenomen, proces sau a unei categorii economico-sociale, definite în timp, spațiu și structură organizatorică. Obținut ca rezultat al procesului cercetării statistice, indicatorul are conținut real, obiectiv determinat, o formulă de calcul și o formă specifică de exprimare.

În urma prelucrării primare se obțin indicatori primari, care se prezintă sub formă de mărimi absolute, și exprimă direct nivelul real de dezvoltare al caracteristicii cercetate, caracterizând fenomenul procesul la modul cel mai general din punct de vedere cantitativ.



Mărimile absolute exprimă volumul unui ansamblu de unități sau volumul unei caracteristici pe total sau pe grupe, se exprimă în unități de măsură specifice caracteristicii observate (buc., kg, m, etc.).

Pe baza indicatorilor primari se obțin indicatorii derivați. Aceștia au rolul de a evidenția aspectele calitative ale unui ansamblu. O categorie deosebită a indicatorilor derivați o reprezintă indicatorii calculați în mărimi relative, pentru a arăta raportul între 2 mărimi sau valori comparabile.

În statistică *mărimile absolute* reprezintă valori definite prin ele însele independente de orice sistem de referință. În mărimi absolute se exprimă rezultatul numeric al unei numărări, măsurări sau comparării sub formă de scădere a datelor, la fel sunt folosite pentru exprimarea indicatorilor de nivel și a variației absolute.

Ex: Efectivul angajaților unei firme la un moment dat.

Indicatorii de nivel, exprimă aspectul cantitativ al fenomenelor, valoarea unui ansamblu sau valoarea unei caracteristici. Ei pot fi determinați ca *indicatori individuali* și *indicatori sintetici*.

- *Indicatorii individuali*, se obțin în urma înregistrării statistice, și exprimă valoarea caracteristicii observate la nivelul fiecărei unități statistice (x_i , y_i , z_i , etc.). În statistică ei se mai numesc și indicatorii locali.
- *Indicatorii sintetici* în mărimi absolute se obțin prin agregarea datelor și reprezintă rezultatul centralizării pe grupe (Σx_i , Σy_i , Σz_i , etc.) sau pe ansamblul colectivității ($\Sigma \Sigma x_{ij}$, $\Sigma \Sigma y_{ij}$, $\Sigma \Sigma z_{ij}$, etc.)

Indicatorii variației absolute, se obțin prin compararea sub formă de scădere a 2 nivele ale aceluiași indicator.

Indicatorii exprimați în mărimi absolute, fie individuali sau sintetici au o sferă de comparabilitate redusă. Ei se constituie ca bază determinată prin procedee statistice a indicatorilor derivați, calculați în mărimi relative și medii.

Mărimile absolute constituie punctul de plecare al întregii analize statistice, iar cunoașterea lor reprezintă o premisă a conducerii raționale a activității economice.

4.2 Indicatorii relativi, formele de exprimare



Mărimile relative exprimă rezultatul comparării sub formă de raport a 2 indicatori statistici, și arată câte unități din indicatorul de la numărător revin la o unitate a indicatorului considerat ca bază de raportare (bază de comparație).

Obținerea mărimii relative presupune rezolvarea a 3 probleme principale:

1. Alegerea bazei de comparare, se face în funcție de gradul de interdependență dintre caracteristicile sau fenomenele comparate sau în funcție de scopul cercetării.
2. Asigurarea comparabilității datelor care formează raportul.
3. Alegerea formei de exprimare a mărimilor relative. Mărimile relative obținându-se ca rezultat a unui raport pot fi exprimate sub formă de coeficienți: %, ‰ (promile), ‰‰ (prodecemile).

Unitatea de măsură Promilele se folosesc când indicatorul comparat este mult prea mic față de indicatorul de bază de comparare și exprimarea în coeficienți sau chiar în procente ar conduce la stabilirea unor mărimi relative dificil de interpretat. În promile se exprimă, de pildă, indicatorii eficienței folosirii fondurilor fixe, care arată valoarea producției ce revine la 1000 lei fonduri fixe, indicatorii mișcării naturale și migratorii a populației etc.

Exprimările sub formă de coeficient este folosită când indicatorii comparați dau un rezultat exact sau sunt valori apropiate. Ele arată de câte ori se cuprinde indicatorii de raport în bază de raportare.

În cazul în care rezultatul raportului dintre cele două mărimi comparate are o valoare foarte mică, se utilizează: ‰, ‰‰, în funcție de mărimea cu care se asimilează indicatorul bază de comparare. Acest mod de exprimare se obține prin mărimea raportului de 100, 1000 ori.

Ex: numărul studenților ce revin la 10.000 locuitori, sau numărul magazinelor ce revin la 100.000 locuitori al mediului rural.

4.3 Diversitatea mărimilor relative și modul de calcul al mărimilor relative

În analiza statistică se utilizează diferite tipuri de mărimi relative, cum ar fi:

1. Mărimi relative de structură (ponderi, greutate specifice) – exprimă raportarea dintre parte și întreg, și arată ponderea părții (grupe) față de totalul colectivității.

Se notează prin: f_i , g_i , p_i , și se obțin după relația:

- Pentru o frecvență: $f_i = \frac{ni}{\sum ni}$, $i = \overline{1, n}$ (dacă elementele au fost notate de la 1 la n);

- Pentru o caracteristică: $g_i = \frac{xi}{\sum xi}$,

$i = \overline{1, n}$ (dacă elementele au fost notate de la 1 la n); $\sum x_i = 1$

Calculul sub forma procentuală presupune înmulțirea expresiei cu 100%, astfel:

$$f_i = \frac{ni}{\sum ni} \times 100, \quad i = \overline{1, n} \quad \sum f_i = 100\%$$

Proprietatea: suma mărimilor relative de structură calculate față de aceeași bază este egală cu 1 (dacă se exprimă în coeficienți) sau 100% (dacă se exprimă în procente).

2. Mărimi relative de coordonare (corespondență), caracterizează raportul numeric în care se găsesc doi indicatori de același fel, aparținând unor grupe ale aceleiași colectivități statistice sau unor colectivități statistice de același fel, dar situate în spații diferite.

$$K_{a/b} = \frac{x_a}{x_b} \quad x_a, x_b - \text{nivelul grupei } a, \text{ respectiv al grupei } b \text{ în cadrul aceleiași colectivități.}$$

$$K_{b/a} = \frac{x_b}{x_a} \quad \text{Aceste mărimi arată câte unități dintr-o grupă revin la cealaltă grupă.}$$

3. **Mărimi relative de intensitate**, se obțin după relația:

$$K = \frac{x}{y} \times 100,$$

unde x – fenomenul de raport; y – variabila, fenomenul ales ca bază de raportare

Mărimile relative de intensitate, se obțin prin raportarea a doi indicatori absoluți de natură diferită care se află într-o relație de interdependență. Aceste mărimi relative se pot calcula la nivelul unităților complexe ale colectivității, al grupelor sau subcolectivităților și indicatorul din numitor.

4. **Mărimi relative ale planului** ele se calculează în economia planificată central pentru toate nivelurile la care se structurează sistemul informațional și se regăsesc în sistemul rapoartelor statistice pentru toți indicatorii care sunt cuprinși în planurile de stat. În economia de piață, aceste mărimi relative se calculează numai la nivelul fiecărei unități, în funcție de programele elaborate privind aprovizionarea și desfacerea de mărfuri.

Ele se întâlnesc sub următoarele forme:

- **Ale sarcinii de plan**

$$K_{pl/0} = \frac{x_{pl}}{x_0} \times 100, \text{ unde:}$$

x_0 - nivelul fenomenului realizat în perioada de bază;

x_{pl} - nivelul de planificare.

- **De realizare a planului**

$$K_{1/pl} = \frac{x_1}{x_{pl}} \times 100, \text{ unde:}$$

x_1 - nivelul fenomenului realizat în perioada curentă.

5. **Mărimi relative de dinamică** se utilizează pentru caracterizarea evoluției fenomenelor de timp. Ca mod general de calcul, ele se obțin ca raport între nivelul fenomenului într-o perioadă și nivelul aceluiași fenomen din perioada anterioară, considerată drept bază de comparație.

$$I = \frac{x_1}{x_0} \times 100$$

x_0 - nivelul fenomenului realizat în perioada de bază;

x_1 - nivelul fenomenului realizat în perioada curentă.



[Aici accesează model de situație practică rezolvată](#)



Sarcini independente:



1. Analizează indicatorii absoluți folosiți în grupa academică după caracteristica frecvență, obține indicatori de nivel și derivați, pe baza lor;
2. Folosind sursele oficiale autohtone, explică ce tip de mărime relativă a fost utilizat pentru calculul ratei inflației în R. Moldova și prezintă datele recente;
3. Folosind rezultatele ultimului recensământ al R. Moldova, calculează mărimea relativă de coordonare după caracteristica gen;
4. Folosind rezultatele ultimului recensământ al R. Moldova, calculează mărimea relativă de intensitate în dependență de raionul în care locuiți față de total populație al R. Moldova.

Întrebări recapitulative:

1. Ce înțelegi prin indicator statistic? Exemplifică indicatori statistici folosiți în economie.
2. Ce numim indicator primar?
3. Care sunt unitățile de măsură specifice indicatorilor absoluți?
4. Ce înțelegi prin indicator derivat? Dă exemple de indicatori derivați.
5. Care e definiția indicatorului relativ?
6. Care sunt principalele cerințe puse în față, pentru a obține un indicator relativ?
7. Ce se înțelege prin asigurarea comparabilității termenilor raportați, în cazul mărimii relative?
8. În ce unități de măsură sunt experimentate mărimile relative?
9. Ce tipuri de mărimi relative cunoașteți?
10. Ce tip de mărime relativă utilizăm pentru evidențierea structurii unui fenomen?
11. Ce exprimă mărimea relativă de structură?
12. Cum se reprezintă grafic mărimile relative de structură?
13. Care sunt indicatorii relativi ai planificării și ce exprimă ei? Ce relații de calcul sunt utilizate?
14. Ce tip de mărime relativă utilizăm, pentru realizarea unor comparații teritoriale?
15. Ce tip de mărime relativă utilizăm, pentru compararea a doi indicatori cu conținut diferit, ce se află într-un raport de interdependență?
16. Ce exprimă mărimile relative de intensitate? Exemplifică.



Aplicații practice spre rezolvare



Problema 1 Calculează mărimile relative posibile, dacă se cunosc următoarele date despre Volumul vânzărilor și Cifra de afaceri în trei magazine care aparțin unui antreprenor, în perioade diferite de timp. Datele sunt prezentate în tabel:

Magazinele	Volumul vânzărilor (mii lei/an)		Cifra de afaceri (mii lei/an)	
	2022	2023	2022	2023
A	3455	3284	7208	6868
B	2677	2728	5289	4694
C	5033	4864	9852	8465
Total				

Problema 2 Calculează mărimile relative posibile, dacă se cunosc următoarele date privind Volumul vânzărilor în două magazine care aparțin unui antreprenor, în perioade diferite de timp. Datele sunt prezentate în tabel:

<i>Magazinele</i>	<i>Volumul vânzărilor (mii lei/an)</i>		
	<i>2021</i>	<i>2022 realizat</i>	<i>2023 planificat</i>
Albinuța	835,5	598,5	700
Buburuza	6008,3	586,4	850
Total			

Problema 3 Populația raionului Strășeni pe medii de trai, care se prezintă conform datelor în următorul tabel:

<i>Mediul de trai</i>	<i>Numărul de persoane (pers.)</i>
<i>Mediul Urban, xa</i>	16 450
<i>Mediul Rural, xb</i>	62 560
<i>Total</i>	

Calculează Mărimile relative posibile.

Problema 4 Se cunosc date cu privire la mișcarea naturală a populației în anii 1990 și 2020:

<i>Indicatorul</i>	<i>1990</i>	<i>2020</i>
Populație la 1 iulie (mii locuitori)	15 601	18 765
Născuți vii	459 755	249 995
Morți	297 586	263 323
Spor natural	162 187	-13 330
Căsătorii	139 722	161 595
Divorțuri	11 381	31 245
Născuți morți	11 421	1 583
Morți în vârstă de sub un an	82 299	5 830

Se cere să se determine mărimile relative de intensitate posibile

Unitatea de conținut 5: INDICATORII TENDINȚEI CENTRALE (INDICATORII MEDII)

5.1 Indicatorii tendinței centrale – noțiuni generale

5.2 Media aritmetică

5.3 Medii cu aplicații speciale

5.4 Modul (dominantă)

5.5 Mediana, Quantilele, Decilele

5.1 Indicatorii tendinței centrale – noțiuni generale

Tendința centrală a unei variabile statistice este măsurată prin indicatorii statistici derivați calculați în mărimi medii.



Mediile sunt mărimi statistice care exprimă în mod sintetic ceea ce este normal, esențial, tipic pentru unitățile unei colectivități după o anumită caracteristică.

Din definiție rezultă câteva **trăsături** de care trebuie să se țină cont:

- media exprimă în mod sintetic valorile unei serii statistice și ca urmare are un caracter abstract;
- este o mărime generalizată în sensul că înlocuind fiecare termen al unei serii cu nivelul mediu suma termenilor e aceeași.

Pentru aplicarea corectă a metodei mediilor este necesar să se respecte următoarele **condiții**, care au fost sintetizate de statisticianul englez G. O Jule (1949) și ele sunt următoarele:

- Media trebuie să fie definită obiectiv, fie printr-o formulă clară;
- Media să fie reprezentativă, adică să reprezinte toți termenii seriei;
- Să aibă o semnificație concretă, ușor de observat, chiar pentru specialiști;
- Să fie ușor de calculat și să se preteze la calcule algebrice ulterioare;
- Să fie puțin sensibilă la fluctuațiile de eșantionare.

Criterii de clasificare a mărimilor medii se diferențiază între ele în funcție de rolul pe care îl au în analiza statistică și după modul de obținere a lor:

1. După rolul în statistică mediile se clasifică:

- a) mărimi fundamentale (media aritmetică, modul, mediana)
- b) mărimi cu aplicații speciale (media geometrică, armonică, pătratică)

2. După modul de obținere mărimile medii pot fi:

- a) mărimi medii de calcul (media aritmetică, armonică, geometrică, pătratică)
- b) medii de poziție (modul, mediana)

5.2 Media aritmetică

Media aritmetică face parte din categoria mediilor fundamentale. Este simbolizată prin \bar{x} . Se folosește în general când fenomenul supus cercetării înregistrează modificări aproximative constante în progresia aritmetică.

Media aritmetică simplă se folosește pentru seriile simple, adică în cazul în care numărul variantelor caracteristicilor studiate este egal cu numărul unităților. Dacă există o caracteristică x cu

valorile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ și având în vedere faptul că funcția determinantă pentru media aritmetică simplă este de tip aditional, adică:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

Înlocuind variantele caracteristicii cu media lor, atunci avem:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \Rightarrow \text{media aritmetică simplă.}$$

În cazul unei serii de distribuție, când variante ale caracteristicii se înregistrează de mai multe ori, media aritmetică simplă este înlocuită cu media aritmetică ponderată. Dacă fiecare variantă x_i a caracteristicii are o anumită frecvență de apariție n_i în colectivitate, atunci în locul sumei simple se preferă agregatul :

$$\sum_{i=1}^m x_i * n_i$$

În acest caz **media aritmetică ponderată** este obținută cu relația:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i * n_i}{\sum_{i=1}^m n_i} ; i = \overline{1; m}$$

Dacă în locul frecvenței absolute (n_i) se folosesc frecvențe relative f_i (sau n_i^*), relația de calcul devine :

$$f_i = \frac{n_i}{\sum n_i} * 100\% \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n_i} x_i * n_i}{\sum_{i=1}^{n_i} n_i} = \frac{\sum x_i * n_i^*}{100}$$

dacă $\sum n_i^* = 100\%$ sau $\sum x_i * n_i^*$, sau dacă $\sum n_i^* = 1$

În cazul când caracteristica statistică este reprezentată sub formă de intervale, media aritmetică se calculează luând în calitate de n_i mijlocul intervalului respectiv în presupunere că unitățile individuale sunt reprezentate uniform prin intervalul respectiv.

Proprietățile mediei aritmetice:

1. Media aritmetică este cuprinsă între x_{\max} și x_{\min} ($x_{\min} \leq \bar{x} \leq x_{\max}$)

Suma abaterilor nivelurilor individuale ale variabililor aliate de la media lor este egală cu 0 (zero)

- Pentru seria simplă $\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) = 0$

- Pentru serii de frecvență $\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x}) * n_i = 0$

1. Media calculată pe baza variantelor caracteristicii micșorate sau mărite cu o constantă „a” se modifică în același sens și cu aceeași mărime față de media seriei inițiale. Se dă seria $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

- Pentru seria simplă $\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i \pm a)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \pm a = \bar{x}' \pm a$

- Pentru seria de frecvență $\bar{x}' = \frac{\sum (x_i \pm a) * n_i}{\sum n_i} = \bar{x}' \pm a$

2. Media calculată din variantele caracteristicii multiplicare sau simplificate cu o constantă „k” se mărește sau se micșorează de “k” ori.

- Pentru o serie simplă $\bar{x}'' = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{k}}{n} = \frac{\bar{x}}{k}$

- Pentru o serie de frecvență $\bar{x}'' = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{x_i}{k} * n_i}{\sum n_i} = \frac{\bar{x}}{k}$

Dacă se combină ultimele două proprietăți, se obține formula de calcul simplificată a mediei aritmetice

- Pentru o serie simplă $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n (\frac{x_i - a}{k})}{n} * k + a$

- Pentru o serie de frecvență $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m (\frac{x_i - a}{k}) * n_i}{\sum n_i} * k + a$

3. Media aritmetică a unei variabile „z”, definite ca sumă a două variabile aliate independente x și y $\Rightarrow (z=x+y)$ egală cu suma mediilor celor două variabile, adică $\overline{(x+y)} = \bar{x} + \bar{y}$

5.3 Mediile cu aplicații speciale și de calcul

1. **Media armonică** (\bar{x}_h) se calculează din valorile inverse ale termenilor seriei ca medie simplă și ponderată.

- Media armonică simplă $\bar{x}_h = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$

- Media armonică ponderată $\bar{x}_h = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$

2. **Media pătratică** ($\overline{x_p}$), este acea valoare, care înlocuind termenii seriei ridicați la pătrat nu modifică suma pătratelor lor.

- Pentru serii simple
$$\overline{x_p} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

- Pentru serii de frecvență (ponderată)
$$\overline{x_p} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 * n_i}{\sum n_i}}$$

3. **Media geometrică** ($\overline{x_g}$) se bazează pe relația de produs a termenilor seriei.

- Pentru serii simple
$$\overline{x_g} = \sqrt[n]{x_1 * x_2 * \dots * x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i}$$

sau
$$\lg \overline{x_g} = \frac{\sum \lg x_i}{n} \Rightarrow \overline{x_g} = 10^{\lg \overline{x_g}}$$
 (Calculule $\overline{x_g}$ prin logaritmi)

- Pentru serii de frecvență
$$\overline{x_g} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} * x_2^{n_2} * \dots * x_n^{n_n}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n x_i^{n_i}}$$

$$\lg \overline{x_g} = \frac{\sum n_i * \lg x_i}{\sum n_i} \Rightarrow \overline{x_g} = 10^{\lg \overline{x_g}}$$

Pentru mediile utilizate în practică sunt forme specifice ale momentelor de diferite ordine, iar relația dintre acestea este dată de inegalitățile:

$$\overline{x_h} \leq \overline{x_g} \leq \overline{x} \leq \overline{x_p}$$



[Aici găsiți model de medii de calcul pentru serii ponderate](#)



5.3 Mediile de poziție.

Modul

Modul e notat (M_o) și face parte din categoria mărimilor medii fundamentale de poziție.



M_o este valoarea caracteristicii cea mai frecventă observată într-o distribuție. Ca urmare M_o se determină doar în cazul seriilor cu frecvențe diferite, adică ($n_1 \neq n_2 \neq n_3 \neq \dots n_n$)

Pașii aflării Modulului:

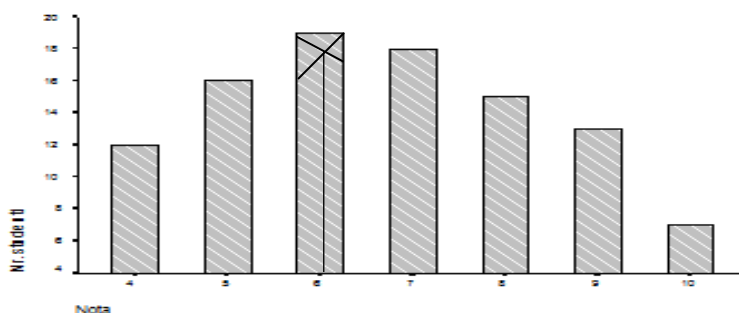
I. Aflarea M_o în cazul unei variabile discrete pentru o serie ($x^i n^i$) cu $i = \overline{1; n}$, aflarea M_o presupune efectuarea următoarelor operații :

- Se găsește frecvența max a seriei $n^i = n^{\max}$
- Se citește în dreptul frecvenței max = M_o ($x^i = M_o$).

Dacă seria este plurimodală, atunci se găsesc valorile caracteristicii ce se întâlnesc cel mai frecvent.

- Determinarea grafică

Aflarea M_0 constă în reprezentarea grafică a seriei prin diagrama în pixe (batoane) și observarea valorii x_i corespunzătoare celei mai înalte.



II. Aflarea modului (M_0) în cazul unei variabile continue.

1. Determinarea M_0 presupune următoarele operații

- aflarea frecvenței $max (n_i \cdot n_{max})$;
- citirea intervalului modal (x_{i-1}, x_i);
- determinarea M_0 după formula:

$$M_0 = x_{inf} + l \times \frac{\Delta 1}{\Delta 1 + \Delta 2}$$

x_{inf} - limita inferioară al intervalului modal (Ex: 100-120)

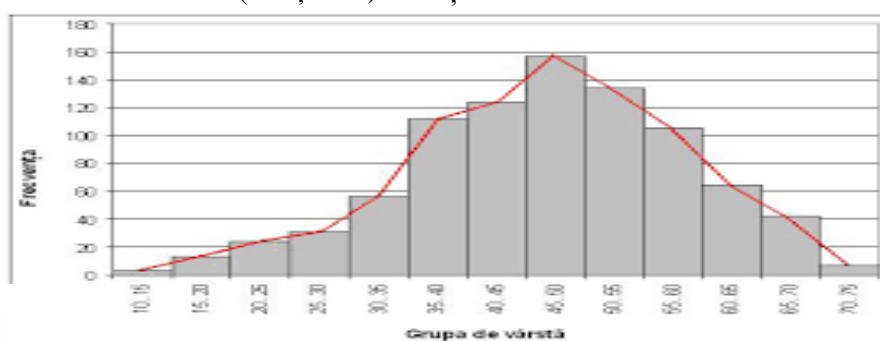
l - mărimea (lungimea) intervalului modal (Ex: 100-120 $\Rightarrow l=20$)

$\Delta 1$ - diferența dintre frecvența intervalului modal (n_i) $\Rightarrow \Delta 1 = n_i - n_{i-1}$

$\Delta 2$ - diferența dintre frecvența intervalului modal (n_i) și frecvența intervalului următor celui modal (n_{i+1}) $\Rightarrow \Delta 2 = (n_i - n_{i+1})$

2. Determinarea grafică:

Aflarea M_0 în cazul seriilor de intervale presupune construirea histogramei. Plecând de la histogramă, M_0 se află prin metoda diagonalelor. M_0 corespunde cu punctul de intersecție al diagonalelor ce unesc coloana cu h (înălțimea) max și coloanele alăturate.



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



5.5 Mediana



Mediana se notează Me . Mediana se definește ca acea valoare a caracteristicii unei serii ordonate crescător sau descrescător până la care și peste care sunt distribuite în număr egal unitățile colectivității observate, jumătate din unități au valori mai mari decât mediana, iar alta jumătate au valori mai mici.

Definirea Me pleacă de la idea de descompunere a unei distribuții în 2 părți: (50% din efectiv înainte de valoarea mediană, 50% din efectiv - după valoarea medianei).

Ca urmare locul medianei corespunde valorii U^{Me} , denumită unitate mediană, care se calculează

după relația: $U^{Me} = \frac{\sum n_i}{2}$

În cazul unde $n < 100$, unitatea mediană e dată de relația: $U^{Me} = \frac{\sum n_i + 1}{2}$

Aflarea Me se face diferențiat, în funcție de tipul seriei:

1. Pentru o serie simplă cu număr impar de termeni, aflarea Me constă în găsirea termenului central:

Ex: Considerăm șirul: 5 10 **20** 25 35

$Me = 20$.

Locul Me e al treilea termen indicat de U^{Me}

$$U^{Me} = \frac{5+1}{2} = 3$$

2. Pentru o serie simplă cu număr par de termeni aflarea Me constă în calculul mediei aritmetice simple a celor doi termeni centrali ai seriei.

Ex: Considerăm șirul: 5 10 20 25 35 42 $\Rightarrow Me = 22,5$.

Locul Me se găsește în intervalul median definit de cei doi termeni centrali corespunzător U^{Me} ,

adică $U^{Me} = \frac{6+1}{2} = 3,5$

3. Pentru o serie de frecvență, cazul unei caracteristici discrete (pe variante).

Aflarea Me presupune efectuarea următoarelor operații:

a) Determinarea frecvenței cumulate $N_i = \sum_{h=1}^i n_h$

b) Calcularea U^{Me} și găsirea locului ei în șirul frecvențelor cumulate, respectând condiția: $N_i \geq U^{Me}$

c) Se află nivelul caracteristicii egal cu Me în dreptul frecvențelor cumulate egale sau mai mare ca U^{Me}

4. Pentru o serie cu frecvență, cazul unei caracteristici continue (pe intervale).

Determinarea Me presupune efectuarea următoarelor operații:

a) Determinarea șirului frecvențelor cumulate

b) Calcularea unității mediane și găsirea locului ei în șirul frecvențelor cumulate respectând condiția: $N_i \geq U^{Me}$

c) Aflarea intervalului medianei în dreptul $N_i \geq U^{Me}$

d) Determinarea Me după Formula:

$$\frac{U^{Me} - N_{i-1}}{n_{Me}}$$

$$Me = x_{inf} + l \times \frac{n_{Me}}{n}$$

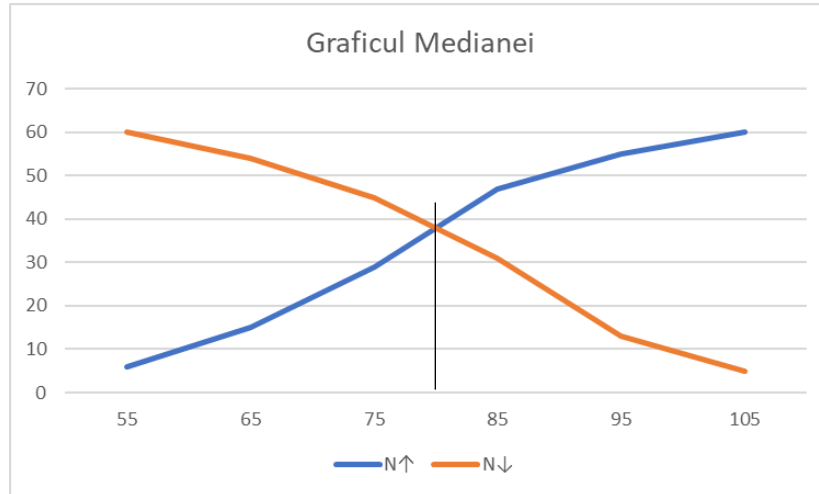
x_{inf} - limita inferioară a intervalului median;

l - lungimea intervalului median;

N_{i-1} - frecvența cumulată anterior intervalului median;

n_{Me} - frecvența intervalului Me.

e) Găsirea Medianeii după modelul grafic



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



Quantila și Decila

Pentru seriile de distribuție cu tendință pronunțată de asimetrie, caracterizate printr-o amplitudine mare de variație, se determină și alți indicatori de poziție, care se calculează similar medianei și poartă denumirea generică de quantile.



Quantila reprezintă valori ale caracteristicii care separă seria în “r” părți ale căror efective sunt egale. Numărul “r” indică ordinal quantilelor. Astfel, quantila de ordin 2 împarte efectivul seriei în două părți egale (mediana Me), quantila de ordin 4 împarte efectivul seriei în 4 părți egale (quartile Q), quantila de ordin 10 împarte efectivul seriei în 10 părți egale (decile D), iar quantila de ordin 100 împarte seria în 100 părți egale (centile C).

Quantila se notează (Q), este o mărime medie de poziție care împarte orice colectivitate în patru părți egale și arată media care corespunde fiecărei din acestea părți.

Definirea Quantilei pleacă de la ideea de descompunere a unei distribuții în 4 părți egale: ($Q_1 = 25\% < Q_2 = Me = 50\% < Q_3 = 75\%$)

Ca urmare locul Quantil corespunde valorii U^Q , denumită unitate quantilă, care se calculează după relația:

$$U^{Q1} = \frac{1 \times \sum ni}{4}$$

$$U^{Q1} = U^{Me} \frac{1 \times \sum ni + 1}{4} = \frac{2 \times \sum ni}{4}, \text{ respectiv } Q_2 = Me$$

$$U^{Q3} = \frac{3 \times \sum ni}{4}$$

În cazul unde $n_i < 100$, unitatea quantilă e dată de relația:

$$U^Q = \frac{\sum ni + 1}{4}$$

Pentru o serie cu frecvență, cazul unei caracteristici continue (pe intervale) determinarea Quantilei presupune efectuarea următoarelor operații:

- Determinarea șirului frecvențelor cumulate ($N \uparrow$)
- Calcularea unității quantile U^Q și găsirea locului ei în șirul frecvențelor cumulate respectând condiția: $N_i \geq U^Q$

$$U^{Q1} = \frac{1 \times \sum ni}{4} \text{ sau } U^Q = \frac{1 \times \sum ni + 1}{4}, \text{ dacă } \sum ni \text{ este } \geq 100$$

- Aflarea intervalului mediane în dreptul $N_i \geq U^Q$

- Determinarea Q după formula:

$$Q_1 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{Q1} - N(i-1)}{n_{Q1}}$$

x_{inf} - limita inferioară a intervalului quantil;

l - lungimea intervalului quantil;

N_{i-1} - frecvența cumulată anterior intervalului quantil;

n_Q - frecvența intervalului Q.

$$Q_2 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{Q2} - N(i-1)}{n_{Q2}} = \text{Me}$$

$$Q_3 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{Q3} - N(i-1)}{n_{Q3}}$$



Decila se notează (D), este o mărime medie de poziție care împarte orice colectivitate în zece părți egale și arată media care corespunde fiecărei din acestea părți.

Definirea Decilei pleacă de la idea de descompunere a unei distribuții în 10 părți egale:

$$D_1 < D_2 < D_3 < D_4 < D_5 = Q_2 = \text{Me} < D_6 < D_7 < D_8 < D_9$$

Pașii aflării Decilei sunt identici cu pașii aflării Quantilei și Mediane:

$$U^{D1} = \frac{1 \times \sum ni}{10}$$

$$D_1 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{D1} - N(i-1)}{n_{D1}}$$

$$U^{D2} = \frac{2 \times \sum ni}{10}$$

$$D_2 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{D2} - N(i-1)}{n_{D2}}$$

$$U^{D3} = \frac{3 \times \sum ni}{10}$$

$$D_3 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{D3} - N(i-1)}{n_{D3}}$$

...

$$U^{D9} = \frac{9 \times \sum ni}{10}$$

$$D_9 = x_{\text{inf}} + l \times \frac{U^{D9} - N(i-1)}{n_{D9}}$$



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



Sarcini independente:



1. Demonstrează matematic printr-un exemplu de serie de frecvențe proprietățile mediei aritmetice;
2. Descrie indicatorii medii ce se folosesc în economia națională, pentru a determina nivelul de trai al populației și competitivitatea pe plan internațional.
3. Determină condițiile de calitate pe care trebuie să le îndeplinească o medie pentru a fi corect utilizată.

Întrebări recapitulative:

1. Ce condiții de bază trebuie respectate pentru asigurarea unui rezultat cât mai real mediilor calculate?
2. Ce înțelegi prin valoare medie?
3. Cum se clasifică mărimile medii?
4. În ce cazuri aplicăm în calcule mediile simple?
5. În ce cazuri aplicăm în calcule mediile ponderate?
6. Cum se notează și în ce condiții trebuie să îndeplinească datele statistice din care se calculează media aritmetică?
7. Ce tipuri de frecvențe se pot folosi la calculul mediei?
8. Care sunt principalele proprietăți ale mediei aritmetice?
9. Cum se notează și când se recomandă utilizarea mediei geometrice?
10. Ce relații există între mărimile medii de calcul
11. Ce înțelegi prin valoare modală (modul, dominantă)?
12. Cum se determină valoarea modală, în cazul unei variabile grupată pe variante?
13. Care sunt etapele de calcul și cum se determină valoarea modală, în cazul unei caracteristici grupată pe intervale de variație?
14. Ce numim mediană a unei variabile statistice?
15. Din ce categorie de indicatori face parte mediana?
16. Cum se determină mediana în cazul seriilor simple?
17. Care sunt etapele de calcul și cum se determină mediana în cazul unei caracteristici grupată pe variante?
18. Care sunt etapele de calcul și cum se determină mediana în cazul unei caracteristici grupată pe intervale de variație?
19. Ce grafic se poate utiliza pentru estimarea medianei?
20. Ce sunt cuartilele?
21. Ce sunt decilele?



Aplicații practice spre rezolvare



Problema 1

Determină prețul mediu de realizare a unui produs, folosind media aritmetică și mediile cu aplicații speciale, reieșind din faptul, că produsul s-a realizat în 7 magazine cu prețuri diferite (lei/un), prezintă inegalitatea mediilor de calcul:

Magazinul	1	2	3	4	5	6	7	Total
-----------	---	---	---	---	---	---	---	-------

Preț (lei)	36	45	37	49	40	42	32	
------------	----	----	----	----	----	----	----	--

Problema 2

Calculează cheltuielile medii pentru transport (lei/săptămână) al unui grup de prieteni, folosind mediile de calcul, prezintă inegalitatea mediilor de calcul:

Elevul	1	2	3	4	5	6	Total
Cheltuieli (lei/săptămână)	60	86	32	45	138	96	

Problema 3

Determină nota medie la examen asupra unui eșantion format din 30 de elevi folosind media aritmetică și mediile cu aplicații speciale, reieșind din faptul, că elevii au fost grupați pe intervale, prezintă inegalitatea mediilor de calcul:

Nota	Nr. de elevi
10	2
9	4
8	5
7	10
6	6
5	2
4	1
Total	30

Problema 4

Determină Volumul vânzărilor medii al unităților comerciale din mun. Chișinău, folosind măsurimile medii de calcul. Prezintă inegalitatea mediilor de calcul.

Volumul vânzărilor (mii lei/săptămână)	Numărul unităților comerciale					
până la 314	10					
314 - 320	12					
320 - 326	16					
326 - 332	18					
332 - 338	14					
338 și peste	8					
Total						

Problema 5

La o entitate s-au înregistrat următoarele grupe de salarii la 60 de angajați:

Categoriile de salarii (lei pe lună)	Numărul de muncitori	x'			
Pâna la 5480	12				
5480-5560	13				
5560-5640	18				
5640-5720	10				

5720 și peste	7				
Total					

Calculează salariul mediu al muncitorilor folosind mărimile medii fundamentale și Quantila 1, Decila 9. Prezintă grafic rezultatele obținute la mediile de poziție.

Problema 6

La o întreprindere s-au înregistrat următoarele date privind productivitatea zilnică (unități/zi) a unui grup de muncitori:

Productivitatea (unități/zi)	Numărul muncitorilor					
până la 50	8					
50 - 62	10					
62 – 74	14					
74 – 86	8					
86 - 98	5					
98 și peste	4					
Total						

Calculează productivitatea medie a muncitorilor folosind mărimile medii fundamentale Quantilele și Decilele. Prezintă rezultatele obținute din calculul mediilor de poziție grafic.

Problema 7 La o întreprindere s-au înregistrat următoarele date privind productivitatea zilnică (unități/zi) a unui grup de muncitori:

Productivitatea (unități/zi)	Numărul muncitorilor (n_i)	X_i	$X_i \times n_i$	$N \uparrow$	Locul Median, Quantil, Decil
până la 60	8				
60 - 72	10				
72 – 84	14				
84 – 96	8				
96 - 108	5				
108 și peste	4				
Total					

Calculează productivitatea medie a muncitorilor folosind mărimile medii fundamentale (Media aritmetică, Modul, Mediana), Quantilele (Q1 și Q3) și Decilele (D1 și D9).

Unitatea de conținut 6: INDICATORII variației, asimetriei și boltirii.

6.1 Noțiuni generale.

6.2 Indicatorii variației într-o serie de repartiție unidimensională (simpli ai variației).

6.3 Indicatorii variației într-o colectivitate împărțită în grupe (sintetici).

6.4 Indicatorii asimetriei și boltirii.

6.1 Noțiuni generale

Necesitatea studierii variației fenomenelor social-economice pornește de la faptul că media nu este suficientă ca indicator de analiză, deoarece ascunde structura colectivității pe grupe și nu se pot cunoaște abaterile termenilor față de media lor și este datorată acțiunii cauzelor întâmplătoare.

Problemele care se rezolvă prin studiul variației și calculul indicatorilor de variație sunt:

- Verificarea reprezentativității mediei ca valoare tipică a unei serii de repartiție;
- Verificarea gradului de omogenitate a seriei;
- Caracterizarea gradului și a formei de variație a unei variabile statistice;
- Cunoașterea gradului de influență a cauzelor după care s-a făcut gruparea unităților statistice înregistrate.



Indicatorii de variație permit separarea acțiunii cauzelor esențiale de cea a cauzelor întâmplătoare și dau posibilitatea identificării modului în care acționează factorii esențiali de la o grupă la alta.

Dacă avem de caracterizat o serie de repartiție unidimensională, vom calcula indicatorii de variație în raport cu media seriei, sau dacă avem o serie de repartiție bidimensională, putem calcula indicatorii de variație în interiorul fiecărei serii și indicatorii de variație între serii.

6.2 Indicatorii variației într-o serie de repartiție unidimensională (simpli ai variației)



Indicatorii simpli ai variației servesc pentru a caracteriza gradul de împrăștiere a unităților colectivității cercetate față de medie (\bar{x}) sau față de o anumită valoare din serie.

Se pot

exprima în unități absolute (kg, lei, metri, etc), aceleași ca și ale caracteristicii studiate cât și în mărimi relative (%) calculate în raport cu media. Acești indicatori sunt:

1) Amplitudinea absolută a variației

$$A = x_{\max} - x_{\min}$$

2) Amplitudinea relativă a variației

$$A\% = \frac{A}{\bar{x}} \times 100$$

3) Abaterile individuale absolute

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

Proprietatea abaterilor absolute individuale este:

$$\sum d_i = 0$$

4) Abaterile individuale relative

$$d_i \% = \frac{x_i - \bar{x}}{x} \times 100$$

Abaterile individuale pot fi pozitive sau negative în funcție de mărimea fiecărui termen față de media lor.

Indicatorii simpli ai variației nu pot exprima și caracteriza întreaga variație a caracteristicii studiate. De aceea, este necesar să se calculeze indicatorii sintetici ai variației.

6.3 Indicatorii variației într-o colectivitate împărțită în grupe (sintetici)



Indicatorii sintetici ai variației exprim în mod sintetic împrăștierea tuturor nivelurilor individuale ale unei caracteristici față de nivelul lor mediu.

Ca indicatori sintetici, statistica calculează abaterea medie liniară (\bar{d}), dispersia (σ^2), abaterea medie pătratică (σ) și coeficientul de variație (v)

Indicatorii sintetici:

1) **Abaterea medie liniară** (\bar{d}) – arată variația medie în plus și în minus de la valoarea medie a distribuției și este cu atât mai mică cu cât valorile sunt mai grupate în jurul mediei, se obține după relația:

a) pentru o serie simplă:

$$\bar{d} = \frac{\sum |d_i|}{n}$$

b) pentru o serie de frecvență:

$$\bar{d} = \frac{\sum |d_i| \cdot n_i}{\sum n_i}$$

2) **Dispersia** (σ^2) se calculează după relațiile:

a. pentru o serie simplă:

$$\sigma^2 = \frac{\sum d_i^2}{n}$$

b. pentru o serie de frecvență (ponderată):

$$\sigma^2 = \frac{\sum d_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

Dispersia mai poartă denumirea de moment central de ordinul II. Calculul dispersiei se mai efectuează și prin metoda momentelor, după relațiile :

- pentru o serie simplă:

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2 = \frac{\sum x_i^2}{n} - (\bar{x})^2$$

- pentru o serie ponderată :

$$\sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} - \left(\frac{\sum x_i \cdot n_i}{\sum n_i} \right)^2 = \frac{\sum x_i^2 \cdot n_i}{\sum n_i} - (\bar{x})^2$$

Dispersia este un indicator abstract, nu are forma concretă de exprimare și arată modul în care valorile caracteristicii gravitează în jurul mediei. Măsoară variația totală a caracteristicii studiate datorită cauzelor esențiale și întâmplătoare.

3) Abaterea medie pătratică

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\sigma^2}$$

4) **Coefficientul de variație (v)**, se calculează ca raport dintre abaterea medie pătratică sau abaterea medie liniară și nivelul mediu.

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 \quad \text{și} \quad v = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{x}} \cdot 100$$

Coefficientul de variație arată câte unități din abaterea medie liniară sau pătratică revin la 100 unități de medii.

Coefficientul de variație poate lua valori cuprinse între 1 %– 100%

Când coeficientul de variație tinde spre 0(zero), se consideră o variație slabă și deci este o colectivitate omogenă, iar media are un grad de reprezentativitate ridicată. Cu cât nivelul coeficientului de variație tinde spre 100%, cu atât variația este mai intensă, iar media are un nivel de reprezentativitate mai scăzut.

Ca urmare coeficientul de variație poate fi folosit ca un test de semnificație a reprezentativității mediei considerându-se următoarele **praguri de semnificație**:

1. $0 < v < 17\%$ media este strict reprezentativă, colectivitatea este omogenă.
2. $17 < v < 35\%$ media este moderat reprezentativă, colectivitatea este omogenă.
3. $35\% < v < 50\%$ media este reprezentativă în sens larg, colectivitatea neomogenă.
4. $v > 50\%$, media este nerepresentativă.

Coefficientul de variație ne oferă cea mai exactă caracterizare sintetică a variației.



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată serie simplă](#)



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată serie ponderată](#)



6.4 Indicatorii de asimetrie și boltire

În analiza seriilor de distribuție unidimensională și unimodale un interes deosebit prezintă cunoașterea formei distribuției. Forma unei distribuții statistice poate fi apreciată cu ajutorul a 2 categorii de valori tipice:

I categorie: indicatorii de asimetrie.

II categorie: indicatorii de boltire.

Indicatorii de **asimetrie** dau informații asupra modului de reprezentare a frecvențelor de o parte a valorii centrale a unei serii, iar cei ai **boltirii** exprimă măsura aglomerării frecvențelor în zona de lângă medie.



Asimetrie reprezintă o deviație de la forma simetrică de distribuție. O distribuție este considerată simetrică dacă observațiile exprimate prin frecvențele lor sunt distribuite identic pe de o parte și de alta a valorii centrale.

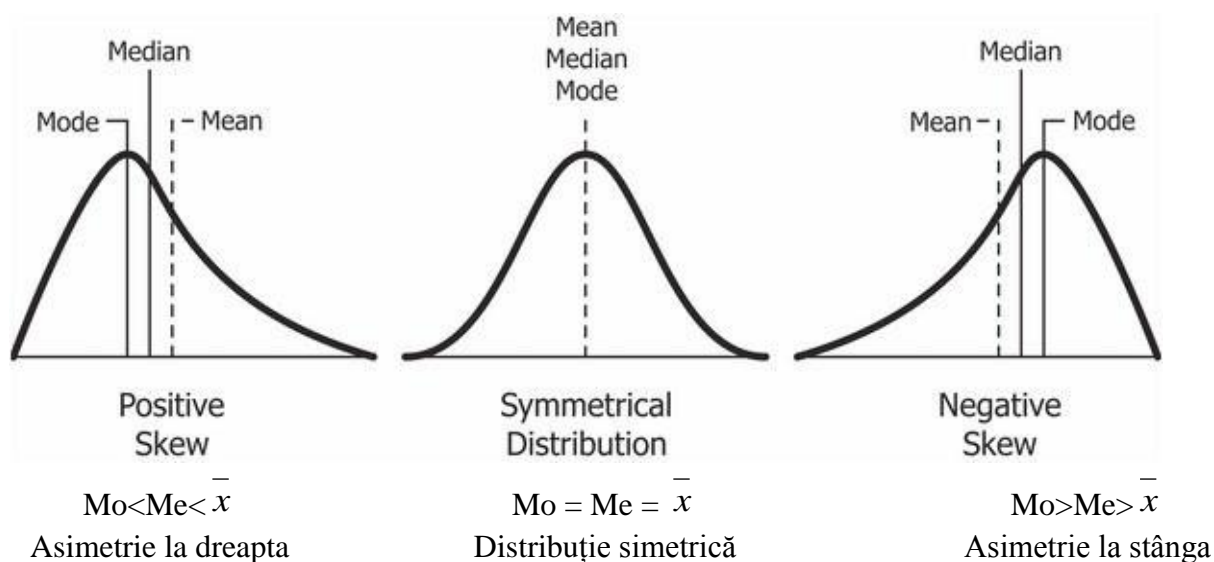
Ca valori centrale pentru aprecierea asimetriei sunt folosite:

- media aritmetică;
- modul și mediana.

Grafic asimetria poate fi apreciată cu ajutorul curbei frecvențelor. Într-o distribuție simetrică unimodală cele 3 mărimi medii fundamentale se suprapun.

$\bar{x} = Mo = Me$, iar perechile de cuantile și decile: Q_1 și Q_3 , D_1 și D_9 , sunt echidistante față de valoarea centrală, (grafic 1).

O distribuție unimodală asimetrică este caracterizată printr-un dezechilibru în repartiția frecvențelor. Cele 3 valori medii fundamentale ocupă locuri diferite. Situația este observată grafic printr-o descreștere mai puternică a curbei frecvențelor de o parte sau de alta a ordonatei maxime a curbei.



Grafic 1. Asimetria unei serii de intervale

Indicatorii asimetriei

Plecând de la definiția asimetriei și ținând seama de poziția celor 3 mărimi medii fundamentale într-o distribuție statistică, asimetria poate fi apreciată în funcție dintre Medie și Mod, respectiv dintre medie și mediană. Pe baza acestor relații se stabilesc indicatorii de asimetrie ce pot fi calculați atât în mărime absolută cât și în mărime relativă. Indicatorii asimetriei calculați în mărime relativă sunt cunoscuți sub denumirea de coeficienți de asimetrie, anume:

1. Asimetria în mărime absolută, se calculează după formula:

$As = \bar{x} - Mo$, când \bar{x} este valoarea centrală cea mai mică, iar asimetria negativă $As < 0$, adică are loc extinderea frecvențelor spre stânga, iar când \bar{x} este valoarea cea mai mare, asimetria este pozitivă $As > 0$, adică are loc o extindere a frecvențelor spre dreapta.

2. Coeficientul Jule, măsoară asimetria în funcție de poziția cuantilelor. Se calculează:

$$c_{ay} = \frac{q_2 - q_1}{q_2 + q_1} \quad \text{unde } q_1 = Me - Q_1, \quad q_2 = Q_3 - Me$$

Coeficientul de asimetrie poate lua valori cuprinse între -1 și 1, dacă coeficientul de asimetrie este Cay = 0, atunci distribuția este simetrică, cuantilele sunt echidistante.

Dacă Cay > 0, atunci distribuția este asimetrică la dreapta.

Dacă Cay < 0, atunci distribuția este asimetrică la stânga.

Dacă valorile Cay se apropie de ± 0,1, distribuția este moderat asimetrică, iar dacă depășește ± 0,3 distribuția este pronunțat asimetrică.

Coeficienții :

1) Coeficientul de asimetrie Pearson

- Coeficientul empiric de asimetrie pearson (Cas)

$$\text{Cas} = (\bar{x} - Mo) / \bar{\sigma}$$

- Dacă Cas = 0, distribuție simetrică
- Dacă Cas > 0, atunci distribuția este asimetrică la dreapta.
- Dacă Cas < 0, atunci distribuția este asimetrică la stânga.

Coeficientul de asimetrie Pearson, se calculează pe baza momentelor centrale de ordin impar.

$$\beta = \frac{\mu_3^2}{\mu_2^3}$$

$$\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

$$\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

Unde μ_2 și μ_3 – reprezintă momentele centrate de ordinul 2 și 3.

În cazul distribuțiilor asimetriche momentele de ordin impar sunt diferite de zero. Valoarea lor de regulă la momentul centrat de ordin 3 raportată la dispersia dă o măsură a asimetriei.

- Dacă $\beta_1 = 0$, atunci distribuția este simetrică;
- Dacă $\beta_1 > 0$, atunci distribuția este asimetrică.

2) Coeficientul de asimetrie Fisher



coeficientului Fisher este aceeași ca și în cazul coeficientului Pearson.

[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)

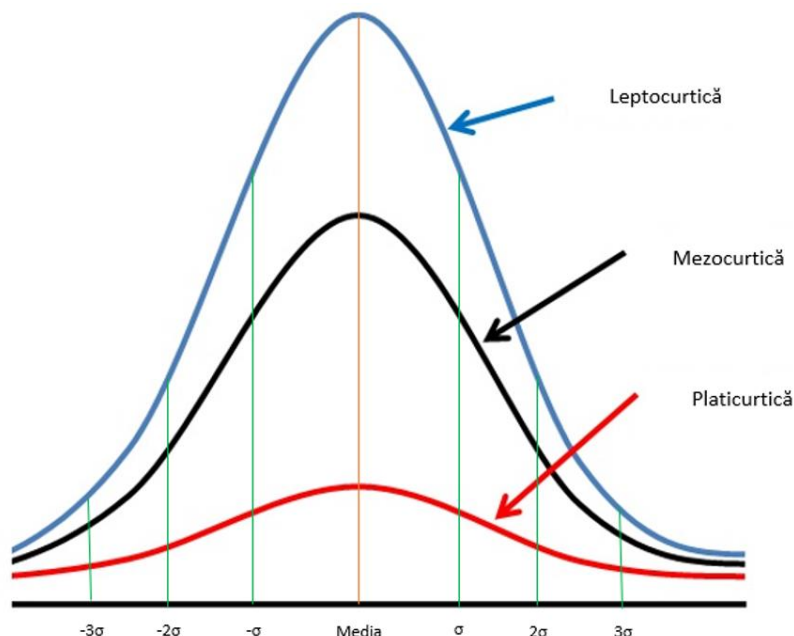


Boltirea (aplanarea) se definește prin raportarea unei distribuții empirice la distribuția normală sub aspectul variației variabile x_i și a frecvenței relative f_i .

Boltirea, respectiv aplanarea apare când distribuția prezintă o variație slabă a variației x_i însoțită de o variație puternică a frecvenței relative (și invers în comparație cu o distribuție normală a aceeași medie și dispersie). grafic boltirea se apreciază comparând curba frecvenței unei distribuții empirice cu

modelul corespunzător legii normale (clopotul Gauss Laplace) de aceeași medie și aceeași dispersie, curba frecvențelor poate prezenta una din următoarele 3 situații:

- 1) coincide cu modelul - curba normală (mezocurtică)
- 2) prezintă o variație puternică a variabilei x însoțită de variația slabă a frecvenței f_i - curba platicurtică (Platus- din greacă -plat, iar curtosis -cucoașă)
- 3) prezintă o variație slabă a variabilei x însoțită de o variație puternică a frecvenței f_i - curba leptocurtică (leptos-subțire), grafic boltirea arată astfel:



Boltirea se măsoară cu ajutorul coeficienților de boltire:

- **coeficientul de boltire Pearson**, se calculează pe baza momentelor centrate după relația:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{\mu_2^2}$$

$$\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 \cdot n_i}{\sum n_i}$$

Pentru distribuția normală coeficientul de boltire i-a valoarea 3.

Dacă $\beta_2 > 3$, distribuția este leptocurtică.

Dacă $\beta_2 < 3$, distribuția este platicurtică

- **coeficientul de boltire Fisher** măsoară excesul față de boltirea unei distribuții normale Gauss-Laplace, știind că pentru o distribuție normală $\beta_2=3$, gradul de exces se calculează după relația:

$$\gamma_2 = \beta_2 - 3,$$

Dacă $\beta_2 = 3$, $\gamma_2 = 0$, distribuție mezocurtică

$\gamma_2 > 0$, distribuție leptocurtică

$\gamma_2 < 0$, distribuție platicurtică

Întrebări recapitulative:

1. Ce neajunsuri au indicatorii medii și de ce se recurge la indicatorii variației?
2. Care sunt principalele aspecte rezolvate prin calcularea indicatorilor variației?
3. Cum se clasifică indicatorii variației în funcție de complexitatea acestora?
4. Ce exprimă amplitudinea variației? Ce neajunsuri are?
5. Ce exprimă abaterea individuală de la medie?
6. Ce indicatori sintetici ai variației cunoașteți?
7. Ce exprimă abaterea medie liniară? Dar abaterea medie pătratică?
8. Care indicator din cei doi, de la întrebarea precedentă, e mai recomandat a fi utilizat în calcule și de ce?
9. De ce se recurge la calcularea coeficientului variației? Exemplificați.
10. Care este cel mai potrivit indicator în cazul comparației gradului de variație a două serii statistice?
11. Ce concluzii pot fi trase în urma calculării coeficientului variației?



Aplicații practice spre rezolvare



Problema 1

Calculează indicatorii variației simpli și sintetici. Formulează concluzii pe baza coeficientului de variație (v), reieșind din următoarele date, un produs s-a realizat în 7 unități comerciale la prețuri diferite:
305; 316; 318; 322; 314; 328; 324 (lei/unitate)

Problema 2

La o întreprindere s-au înregistrat următoarele date privind producția obținută de un grup de 90 muncitori. Datele sunt indicate în tabel.

Producția obținută (unități/zi)	Numărul muncitorilor			
până la 86	15			
86 - 92	18			
92 - 98	30			
98 - 104	15			
104 și peste	12			
Total				

Calculează indicatorii sintetici de asimetrie. Formulează concluzii pe baza coeficientului de variație.

Problema 3

Determină coeficientul de asimetrie Joule (Cay) Pearson (Cas) și coeficientul de asimetrie Pearson pe baza momentelor centrate de ordin impar (β), formulează concluzia corespunzătoare :

Volumul vânzărilor (mii lei/săptămână)	Numărul de magazine	x'					
pâna la 72	8						

72 - 78	12						
78 - 84	16						
84 - 90	10						
80 și peste	9						
Total							

Problema 4

Calculează indicatorii sintetici de variație și indicatorii asimetriei, formulează concluzia corespunzătoare reieșind din următoarele date:

Cifra de afaceri (mii lei/lună)	Număr firme	x'					
pâna la 178	20						
178 - 180	25						
180 - 182	40						
182 - 184	35						
184 și peste	30						
Total	150						

Problema 5

Calculează indicatorii variației simpli și sintetici. Formulează concluzii pe baza coeficientului de variație (v), reieșind din următoarele date, un grup de 6 muncitori au înregistrat următoarele productivități: 26, 35, 28, 42, 25, 30 (unități/zi)

Problema 6

Calculează media aritmetică, Asimetria absolute, Coeficientul de asimetrie Joule și formulează concluzia corespunzătoare reieșind din următoarele date:

Volumul desfacerilor (mii lei/lună)	Număr de entități	x'		
pâna la 210	20			
210 - 250	25			
250 - 290	40			
290 - 330	35			
330 și peste	30			
Total	150			

Unitatea de conținut 7:
**METODE DE ANALIZĂ STATISTICĂ A LEGĂTURILOR DINTRE
VARIABLELE ECONOMICE.**

7.1. Conceptul de legătură statistică;

7.2. Metodele elementare de caracterizare a legăturilor dintre variabile;

7.3. Metoda regresiei;

7.4. Indicatorii sintetici ai corelației;

7. 4.1. Coeficientul de corelație liniar, simplu și raportul de corelație;

7. 4.2. Coeficientul de corelație multiplu;

7.5. Verificarea semnificației coeficientului de corelație;

7.6. Metode neparametrice de măsurare a intensității legăturilor dintre fenomene.

7.1. Conceptul de legătură statistică

Asupra fenomenelor social-economice acționează un număr de factori principali și secundari, esențiali și neesențiali care se află în legătură reciprocă

Statistica cu ajutorul unei game variate de procedee și metode poate studia în testarea corectă a acestor legături, le poate exprima cantitativ și măsura intensitatea cu care se produc.

În studiul legăturilor dintre variabile pot apărea 3 situații:

1. Legătura nulă – când nu există nici o legătură între variabile.

Ex: Între culoarea ochilor și performanța.

2. Legătura funcțională – când modificarea unei variabile conduce la variația alte variabile într-o măsură ce rămâne constantă indiferent de timpul și locul de referință.

Ex: Între mărirea vitezei și distanța parcursă.

3. Legătură stohastică – când modificarea unei variabile este rezultatul conjugat al influenței mai multor variabile manifestă în medie pe ansamblul unităților unei colectivități și nu în fiecare caz în parte.

Ex: Nivelul consumului și cel al veniturii indivizilor unei populații.

Conceptul de regresie – exprimă o legătură de tip statistic și anume regresia în medie cu privire la comportamentul unor variabile, iar conceptul de corelație exprimă raporturi reciproce între anumite caracteristici.

Analiza de regresie este o metodă statistică care ne permite studierea și măsurarea relației care există între două sau mai multe variabile. Prin această metodă se încearcă pe baza datelor unui eșantion să se estimeze valorile unei variabile în funcție de valorile altei variabile.

Analiza de corelație este o metodă statistică prin care se măsoară intensitatea legăturii dintre variabile.

După forma modului de regresie corelația poate fi tratată ca o corelație simplă sau multiplă

De asemenea se evidențiază gradul de influență a variabilei sau variabilelor asupra variabilei rezultative.

Variabila estimată se numește variabilă rezultativă $-y$, ea explică variația variabilei y , se numește variabilă factorială, independentă și se notează prin x .

Variabila care sintetizează influența tuturor factorilor neincluși în model se numesc reziduul – (eroare de modelare) și se notează prin e .

Modul de regresie în expresie generală, formula :

$$y = f(x_1; x_2; x_3; \dots; x_n) + e$$

Legăturile statistice se pot clasifica în funcție de următoarele criterii:

1. După numărul caracteristicilor care se iau în studiu, pot fi:

- a) Legături simple – care exprimă variația variabilei rezultative Y în funcție de o singură variabilă funcțională x : $x \rightarrow y$

Ex: Legătura de suprafața comercială (x) și valoarea desfacerilor (y).

- b) Legături multiple: $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n \rightarrow y$

Ex: Productivitatea muncii (x_1), fondurile fixe (x_2), vechimea în muncă (x_3)...

2. După modul de exprimare a caracteristicii:

- a) Legături între caracteristici exprimate numeric (cantitativ);
b) Legături între caracteristici exprimate în cuvinte (calitativ);

3. După sensul sau direcția legăturii:

- a) Legături directe – sunt legături care la creșterea sau descreșterea valorii caracteristicii factoriale îi corespunde creșterea sau descreșterea valorii caracteristicii rezultative.
b) Legături inverse – sunt legături care la creșterea valorii caracteristicii factoriale îi corespunde descreșterea valorii caracteristicii rezultative și invers.

4. După exprimarea analitică a legăturilor:

- a) Liniare
b) Neliniare (curbilinii)

5. După timpul când se produce legătura:

- a) Concomitente (sincrone)
b) Asincrone (cu decalaje)

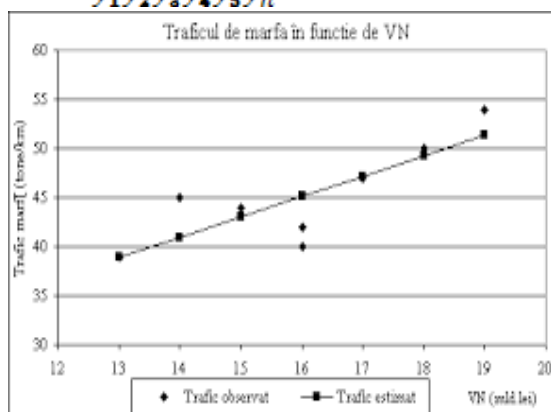
7.2. Metode de caracterizare a legăturilor dintre variabile

Analiza legăturilor statistice vizează estimarea modelului de regresie și măsurarea intensității legăturilor dintre variabile.

1. Metode elementare:

a) Metoda seriilor statistice paralele – aceasta constă în așezarea a două serii în paralel în ordine crescătoare sau descrescătoare a caracteristicii factoriale. Prin compararea seriilor de valori astfel ordonate se poate stabili dacă există sau nu legătură între ele în direcția acestora.

$$\frac{x_1 x_2 x_3 x_4 \dots x_n}{y_1 y_2 y_3 y_4 \dots y_n}$$



Graficul 1 Corelograma legăturilor statistice

b) Metoda grupărilor statistice – se aplică în cazul când cele două variabile prezintă un număr mare de variante.

c) Metoda tabelului de corelație – presupune gruparea unităților unei populații simultan după ambele variabile corelate x și y . Metoda tabelului de corelație permite aprecierea, existența, direcția și intensitatea legăturii.

d) **Metoda grafică** – presupune reprezentarea grafică a perechilor de valori într-un sistem de axe de coordonate. Cu ajutorul acestei metode se poate stabili existența, sensul, forma și intensitatea corelației, graficul mai este numit **corelogramă**. Valorile caracteristicii factriale $x x$ se trec prin abcisă, iar valorile caracteristicii rezultative $y y$. Fiecare unitate observată purtătoare a celor două caracteristici corelate se reprezintă pe grafic printr-un punct. Reprezentarea grafică a legăturii în câmpul de corelație are aspectul unui nor de puncte de aceea se mai numește **metoda norilor**- pe baza norilor de puncte se determină dacă există legătură.

2. Metodele analitice:

Acestea permit exprimarea matematică a formei legăturii și măsurarea numerică a intensității legăturilor, sunt cele mai utilizate metode de regresie în studiul fenomenului și proceselor social-economice sunt: liniar exponențial, putere, parabolic, hiperbolic.

3. Metoda regresiei

Legătura statistică între două variabile $x x$ și $y y$ se poate exprima printr-o funcție de regresie:

$$y x = f(x) + e \quad y x = f(x) + e \quad e - \text{eroare}$$

Alegerea modelului care să exprime legătura dintre variabilele celelalte depinde în mare măsură de volumul datelor cunoscute, cu cât numărul observărilor este mai mare decât se cunosc mai multe puncte ale reprezentării funcției de regresie poate crește șansa de a găsi o relație mai bună între variabilele corelației.

În funcție de numărul factorilor $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \quad x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ care influențează caracteristica rezultativă $(y y)$ deosebim:

1. Regresie unifactorială (simplă) – dacă funcția include un factor.
2. Regresie multifactorială (multiplă) – dacă funcția include mai mulți factori.

Cele mai cunoscute modele de **regresie unifactorială** sunt:

1. Modelul de regresie liniară.
2. Modelul de regresie de tip parabolic.
3. Modelul de regresie de tip hiperbolic.
4. Modelul de regresie de tip exponențial.

Modelul de regresie liniară simplă exprimă legăturile între două variabile și ia forma:

$$(1) \quad y x = a + b x_i + e \quad y x = a + b x_i + e \quad \text{-la nivelul unei populații}$$

$$(2) \quad y x = a + b x_i + e \quad y_x = a + b_{xi} + e \quad \text{- la nivelul unui eșantion}$$

Funcțiile (1) și (2) se numesc ecuații de regresie unde $a a$ și $b b$ sunt parametri necunoscuți ce urmează estimăți, iar $a a$ și $b b$ sunt estimatorii parametrilor de regresie:

$a a$ - ordonata la origine - arată valoarea variabilei $y y$ când, $x = 0 \quad x = 0$

$b b$ – panta dreptei - numit și coeficient de regresie

$e e$ – variabila eroare aliatoare neobservabilă

Sensul parametrului de regresie $b b$, indică direcția legăturii dintre cele două variabile corelate:

- dacă $b > 0 \quad b > 0$ - indică o legătură directă
- dacă $b = 0 \quad b = 0$ - nu există legătură
- dacă $b < 0 \quad b < 0$ - indică o legătură inversă (negativă)

Valoarea acestui parametru arată gradul de dependentă dintre variabile. Respectiv cu cât crește sau scade $y y$ la o creștere sau scădere a variabilei $x x$ cu o unitate. Parametrii $a a$ și $b b$ definesc

dreapta și trebuie să fie estimați pornind de la date observate pe un eșantion. Ca urmare analiza de regresie presupune estimarea parametrilor de regresie a și b , alegând ca estimator valorile a și b . Se consideră acei estimatori pentru care valoarea variabilei aliatore ei, adică distanța dintre o valoare reală y_i și o valoare estimată.

$$y_i = a + bx_i \Rightarrow \text{să fie cât mai mică, adică}$$

$$e_i = y_i - a - bx_i - \text{să fie minimă pentru orice valoare } i \text{ al variabilei } x$$

Estimarea parametrilor se poate face pornind de la diferite criterii:

$$1. \sum |e_i| : \text{ minim}$$

$$2. \sum |e_i| : \text{ minim}$$

$$3. \sum (e_i)^2 : \text{ minim}$$

După regulă ecuației de regresie se estimează pe baza ultimului criteriu. Prin metoda celor mai mici pătrat. Principiul de bază a acestei metode constă în minimizarea sumei pătratelor abaterilor valorilor observate față de valorile calculate.

$$S = \sum e_i^2 = \sum (y_i - y_{x_i})^2 = \sum (y_i - a - bx_i)^2 = \text{minim}$$

Înlocuind în formulă valorile teoretice a lui y_i și x_i obținem:

$$s = \sum (y_i - a - bx_i)^2 = \text{minim}$$

Expresia S, se minimizează prin derivare anulând derivatele:

$$1. \frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum (y_i - a - bx_i) (-1) = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial a} = 2 \sum (y_i - a - bx_i) (-1) = 0$$

$$2. \frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum (y_i - a - bx_i) (-x_i) = 0 \quad \frac{\partial S}{\partial b} = 2 \sum (y_i - a - bx_i) (-x_i) = 0$$

După diferite transformări obținem un sistem de ecuații normale:

$$\begin{cases} n_a + b \sum x_i = \sum y_i \\ a \sum x_i + b \sum x_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases}$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații normale prin una din metodele cunoscute (metoda determinanților) se obțin parametrii a și b :

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta} = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$a = \bar{y} - b \times \bar{x}$$

Prin unificarea exactității calculelor parametrilor de regresie se folosește relația:

$$\sum x_i = \sum y_i$$

$yx_i yx_i$ - se citește ca: y ajustat după x

Ajustare – presupune înlocuirea termenilor seriei date cu termenii teoretici.

- **Modelul de regresie parabolică:** $yx_i = a + bx_i + cx_i^2$ $yx_i = a + bx_i + cx_i^2$
- **Modelul de regresie hiperbolic:** $yx_i = a + \frac{b}{x_i}$ $yx_i = a + \frac{b}{x_i}$
- **Modelul de regresie exponențial:** $yx_i = a \cdot b^{x_i}$ $yx_i = a \cdot b^{x_i}$



[Aici accesează notițe în caiet](#)



7.4 Indicatorii sintetici ai corelației

Alături de stabilirea liniei de regresii, care exprimă modelul legăturii între variabile este necesar să se măsoare și intensitatea legăturii.

Aceasta arată gradul de concentrare sau de împrăștiere al valorilor y în jurul liniei de regresie yx_i . Intensitatea legăturii între două sau mai multe variabile se studiază cu ajutorul metodelor parametrice.

Cea mai utilizată în practică este metoda corelației.

Indicatorii care măsoară intensitatea legăturii sunt: covariația, coeficientul de corelație, raportul de corelație.

7.4.1 Coeficientul de corelație

Coeficientul de corelație liniară simplă – măsoară intensitatea legăturii de tip liniar dintre două variabile x și y .

Coeficientul de corelație de Karl Pearson se notează prin r sau $r_{yx} r_{yx}$:

$$r_{yx} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] \cdot [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$
$$-1 < r_{yx} < 1$$

Semnul său ca și acel al coeficientului de regresie semnifică tipul legăturii. Semnul - indică legătura inversă, iar semnul+ indică legătura directă. Cu cât r are valori mai apropiate de 1 sau -1 cu atât corelația rectilinie dintre variabilele x și y e mai puternică. Pe măsură ce coeficientul de corelație se apropie de 0 scade și intensitatea legăturii de cele două variabile.

În cazul când $r = 1$ sau $r = -1$ dependența funcțională între cele două variabile.

În practică se consideră că dacă coeficientul de corelație se află între:

- $0,2 < r_{yx} < 0,5$ sau $0,2 < r_{yx} < 0,5$ nu există legătură
- $0,2 < r_{yx} < 0,5$ sau $0,2 < r_{yx} < 0,5$ legătură slabă
- $0,5 < r_{yx} < 0,75$ sau $0,5 < r_{yx} < 0,75$ legătură de intensitate medie
- $0,75 < r_{yx} < 0,95$ sau $0,75 < r_{yx} < 0,95$ legătură puternică
- $0,95 < r_{yx} < 1$ sau $0,95 < r_{yx} < 1$ vorbim de o legătură relativ determinantă
- $r_{yx} = 0,98$ sau $r_{yx} = 0,98$ legătură factorială

Raportul de corelație:

Raportul de corelație este un indicator al intensității legăturii ce poate fi aplicat atât în cazul regresiei liniare cât și curbilini.

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y_i - y_x)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}} \quad \text{sau} \quad \eta = \sqrt{\frac{a \sum y_i + b \sum x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2}{\sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2}}$$

$y_z y_z$ - valori calculate cu ajutorul de regresie.

Acest coeficient ia valori cuprinse între 0 și 1

În cazul legăturii liniare între coeficientul de corelație și raportul de corelație există următoarele relații:

$R \rightarrow 1$ $R \rightarrow 1$ legătură puternică

$R \rightarrow 0$ $R \rightarrow 0$ legătură slabă

7.5 Verificarea semnificației coeficientului de corelație:

Pentru a verifica coeficientul de corelație în statistică se folosesc teste de semnificație:

1. t (Student) – de obicei se utilizează în cazul când volumul colectivității <30 unități.

Relația de calcul este:

$$t = \frac{r_{xy}}{S_r} = \frac{r_{xy} \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r}}$$

Conform tabelului t (Student) primim valorile tabelului t_{tab} pentru $(n-2)$ valori, L – grade libertate (0,5;0,25). Calculăm valoarea calculată t cu t_{tab} și în cazul când între aceste valori există relația $t_{calc} > t_{tab}$ între x și y există o relație semnificativă și coeficientul de corelație este semnificativ.

2.F – se calculează pe baza raportului de corelație, care are următoarea relație de calcul:

$$F_c = \frac{R^2}{1-R^2} \cdot \frac{n-k}{k-1}$$

k = numărul de grupe.

Conform tabelului valorilor F găsim F_{tab} , care corespunde și cu L grade libertate, $F_{calc} > F_{tab}$, între x și y există o legătură semnificativă, în caz contrar nu avem o legătură semnificativă.

$$V_1 = k - 1$$

$$V_2 = n - k$$

7.6 Metode neparametrice de măsurare a intensității legăturilor dintre fenomene.

Pentru a analiza relația dintre caracteristicile alternative care sunt grupate după două caracteristici se folosește:

1. Coeficientul de asociere
2. Coeficientul de contingență

Pentru aceasta se alcătuiește tabela de asociere :

Valoarea caracteristicii X	Valoarea caracteristicii Y		Total
	y ₁	y ₂	
x ₁	a	b	a+b
x ₂	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	a+b+c+d

$$C_{aso} = \frac{ad - bc}{ad + bc}$$

$$-1 < C_{aso} < 1$$

$$C_{cont} = \frac{ad - bc}{\sqrt{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}}$$

Coeficientul de asociere C_{aso} are aceeași semnificație ca și coeficientul de corelație. Intervalul de încadrare a acestui coeficient este (-1;1)

Între C_{aso} și C_{cont} există relația: $C_{aso} < C_{cont}$



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



Întrebări recapitulative:

1. Ce înțelegi prin legătură statistică?
2. Care sunt deosebirile între legăturile stohastice și legăturile deterministe?
3. Căror fenomene le sunt specifice legăturile statistice?
4. Cum se numește variabila a cărei variație este provocată de anumiți factori de influență?
5. Ce fel de factori pot influența variația unui fenomen social sau economic?
6. Ce înțelegeți prin componente aliatoare?
7. Ce legătură avem atunci, când se consideră că există o singură caracteristică factorială cu caracter esențial ce determină variația caracteristicii rezultative?
8. Câte caracteristici factoriale sunt luate în studiu, atunci când analizăm legăturile multiple?
9. Ce legături între variabile deosebim, în funcție de direcția legăturii?
10. Prin ce se caracterizează legăturile directe? Dă exemple în care variabilele sunt legate printr-o relație direcție.
11. Prin ce se caracterizează legăturile indirecte?
12. Ce este o asociere statistica? Dă exemple.
13. Ce legături distingem după expresia analitică a legăturii?
14. Prin ce se deosebesc legăturile liniare de cele neliniare?
15. Care sunt metodele elementare ce se pot utiliza pentru verificarea existenței legăturii dintre variabile?
16. Care metodă simplă de verificare a existenței legăturii presupune gruparea prealabilă a unităților colectivității în funcție de caracteristică factorială?
17. Cum se numește graficul care reprezintă corelația dintre două variabile?
18. Ce metode analitice sunt utilizate în studiul legăturilor dintre variabile?
19. Ce presupune metoda regresiei statistice?
20. Ce semnificație statistică ai parametrului modelului de regresie liniară?



21. Ce informație oferă semnul coeficientului de regresie?

22. Care procedeu matematic este frecvent utilizat pentru a liniariza un model de regresie neliniară?



Aplicații practice propuse spre rezolvare

Problema 1

Se cunosc datele privind roada cerealelor, c/ha (y) și concentrația de îngrășămintă, t/ha (x). Datele sunt prezentate în tabel:

Nr. lot	Roada (c/h)	Îngrășămintă (t/h)				
1	7	4				
2	12	9				
3	10	9				
4	12	6				
5	16	8				
6	14	10				
7	13	11				
Total						

Determină și analizează legătura dintre variabilele admise folosind parametrii regresiei și indicatorii sintetici ai corelației. Formulează concluzii pe baza rezultatelor obținute.

Problema 2

Determină și analizează legătura dintre variabilele admise folosind parametrii regresiei y_x , dacă se cunosc date privind suprafața comercială (m^2) - X și valoarea desfacerii, (mii lei/zi) - Y . Datele sunt prezentate în tabel:

Nr.	Suprafața comercială (m^2)	Valoarea desfacerii (mii lei/zi)				
1	36	89				
2	40	95				
3	42	98				
4	44	102				
5	46	108				
6	52	105				
Total						

Problema 3

Determină coeficientul de asociere din tabelul dat:

Tabel 1. Populația pe medii de trai și gen (milioane persoane), în România la 1 iulie 2005

Mediu	Gen	Masculin	Feminin	Total
	Urban		6,0476	6,4096
Rural		5,0764	5,1473	
Total				

Unitatea de conținut 8:
ANALIZA SERIILOR CRONOLOGICE (SCR)

8.1. Noțiuni generale, concepte și proprietăți de SCR. Clasificarea SCR

8.2. Sistemul de indicatori ai SCR.

8.3. Modelarea statistică a SCR.

8.1 Noțiuni generale, concepte de SCR. Clasificarea SCR



Seriile cronologice (SCR) reprezintă evoluția variabilelor care descriu un fenomen economic sau social în funcție de timp.

Seria cronologică mai reprezintă corespondența între două șiruri de date statistice, sistematizate într-o succesiune logică, în care primul șir arată variația caracteristicii în timp, iar al doilea șir variația fenomenului sau caracteristicii studiate, de la o unitate de timp la alta.

Seriile cronologice se regăsesc în literatura de specialitate și sub denumirea de serii de timp, serii dinamice sau cronici.

Clasificarea seriilor cronologice se poate face în funcție de modul de definire a timpului la care se referă datele și după modul de exprimare a indicatorilor din care este formata seria.

a) *după modul de definire a timpului, prin momente* (T_i) sau prin intervale ($t_i = T_i - T_{i-1}$) se disting:

- *serii cronologice de momente* (sau de stocuri), definite prin cuplurile de valori (T_i, y_i), care prezintă volumul unei colectivități de stări (ființe, lucruri) la diferite momente. Caracteristic acestui tip de serie este faptul că termenii ei nu se pot cumula în scopul obținerii unui indicator totalizator, deoarece cuprinde înregistrări repetate. Exemple de serii cronologice de momente: populația unei țări la anumite date; valoarea capitalului fix al unei firme la sfârșitul fiecărui an, stocul de marfă al unei unități de desfacere la anumite momente de timp etc.

- *serii cronologice de intervale* (sau de fluxuri), definite prin cuplurile de valori (t_i, y_i), care prezintă nivelul unui fenomen în diferite intervale de timp. Fiecare valoare din serie este rezultatul acumulărilor într-o perioadă de timp delimitată de două momente distincte. Drept intervale pot fi utilizate: ora, ziua, luna, trimestrul, anul, în funcție de natura fenomenului analizat și de scopul cercetării. Caracteristic acestui tip de serie este faptul că termenii ei se pot cumula, indicatorul obținut având o semnificație bine precizată. Exemple de serii cronologice de intervale: producția obținută, cifra de afaceri, volumul desfacerilor pe anumite perioade etc.

b) *după modul de exprimare a indicatorilor din care este formată seria* se disting:

- *serii cronologice formate din indicatori absoluți*, care reprezintă forma de bază a seriilor de timp. Ele asigură cea mai cuprinzătoare prelucrare și permit obținerea altor serii de indicatori derivați pentru analiza fenomenului.

- *serii cronologice formate din indicatori relativi*, care se obțin în urma prelucrării unor serii de mărimi absolute. Indicatorii relativi se pot prezenta sub forma de mărimi relative de coordonare, de dinamică sau de structură. În cazul acestor serii este obligatoriu ca în titlul tabelului în care sunt prezentate sau în afara acestuia să se specifice care este baza de raportare, pentru corecta interpretare a datelor.

- *serii cronologice formate din indicatori medii*, care se obțin din caracteristici calitative calculate ca raport a două mărimi cantitative (productivitatea muncii, randamentul mediu, recolta medie la hectar etc.) sau pentru caracteristici cantitative, în care fiecare valoare ce se referă la o perioadă de

timp, se obține ca medie (numărul mediu lunar al salariaților, valoarea medie anuală a capitalului fix etc.)

La analiza seriilor cronologice trebuie avute în vedere unele **proprietăți** ale acestora, și anume: *variabilitatea, omogenitatea, periodicitatea și interdependența termenilor prezențați*.

Variabilitatea termenilor unei serii cronologice provine din faptul că fiecare termen se obține prin centralizarea unor date individuale diferite ca nivel de dezvoltare. Aceste diferențieri apar, pe de o parte, ca urmare a acțiunii factorilor întâmplători și, pe de altă parte, ca urmare a faptului că în dinamică legile sociale și economice se manifestă ca tendință, imprimând fenomenelor forme diferite de variație. Cu cât acțiunea comună a acestor factori este mai puternică, cu atât variația în cadrul seriei este mai mare și tendințele de scurtă și de lungă durată mai greu de sesizat.

Având în vedere această trăsătură, este necesar ca, analizând o serie cronologică, să se măsoare atât gradul și forma de influență a factorilor esențiali, care imprimă fenomenului o lege specifică de evoluție, cât și gradul de abatere de la această tendință generală rezultat din influența factorilor neesențiali, cu caracter întâmplător.

Omogenitatea termenilor trebuie înțeleasă în sensul că în aceeași serie nu pot fi înscrise decât fenomene de același gen, care sunt rezultatul acțiunii acelorași cauze esențiale. Asigurarea omogenității observațiilor de-a lungul unei perioade de timp presupune menținerea aceleiași metodologii de calcul și evaluare a indicatorilor care urmează să fie analizați în dinamică, a criteriilor de clasificare a colectivității studiate și nomenclatoarelor și intervalelor de grupare, menținerea unității social-economice sau administrativ-teritoriale asupra căreia s-au făcut observații, cât și a unității de măsurare a timpului. Practic, înseamnă că de fiecare dată când se analizează o serie statistică trebuie să se verifice dacă datele provin din aceeași sursă, au același grad de cuprindere a unităților și au fost folosite aceleași principii și metode de prelucrare, cu alte cuvinte, dacă este asigurată comparabilitatea datelor înscrise în aceeași serie.

O altă trăsătură caracteristică a seriilor cronologice o constituie **periodicitatea termenilor** din care este formată seria, ceea ce înseamnă de fapt asigurarea continuității datelor din punct de vedere a variabilei de timp care poate da posibilitatea interpretării seriei cronologice ca o funcție analitică [$y_i=f(t_i)$]. Variabila de timp poate fi înregistrată cu periodicități diferite. De aceea, alegerea unității de timp la care se referă datele unei serii cronologice trebuie făcută în raport cu scopul cercetării, conținutul și posibilitățile de măsurare a fiecărui indicator. De exemplu, producția industrială se poate urmări atât în unități de timp mici (ziua, luna, decada), cât și în unități de timp mari (trimestrul, semestrul, anul). În cazurile când unele caracteristici sunt influențate în variația lor de schimbarea anotimpurilor, cu alte cuvinte apar fenomene cu caracter sezonier (lunar sau trimestrial) este obligatoriu să se folosească o astfel de periodizare a seriei.

În studiul seriilor cronologice se pune problema, atât a alegerii unităților de timp la care se referă fiecare indicator, cât și a lungimii etapei pentru care se prezintă datele, cu precizarea anului de bază. Ca an de bază se alege acel an care prezintă o anumită semnificație în evoluția fenomenului studiat.

De exemplu, în cazul unei întreprinderi, se poate lua ca an de bază acela în care s-au produs modificări în ceea ce privește structura organizatorică a procesului de producție sau a procesului de muncă, modificarea relațiilor de proprietate, redimensionarea, re tehnologizarea etc.

Rezultă că această proprietate este definitorie pentru elaborarea corectă a unei serii cronologice și a indicatorilor care pot fi utilizați la analiza în dinamica a fenomenelor luate în studiu.

Interdependența termenilor unei serii cronologice apare ca urmare a respectării principiului unității de timp și spațiu și structurii organizatorice. Ca atare, indicatori prezențați sunt valori succesive ale acelorași fenomene înregistrate la nivelul aceleiași unități teritorial-administrative sau orice unitate

statistică complexă care poate fi înregistrată autonom. Aceasta face ca valoarea fiecărui indicator să depindă într-o oarecare măsură de valoarea indicatorului precedent, ca urmare a faptului că relațiile de cauzalitate se manifestă în condiții asemănătoare de la o unitate de timp la alta.

Luând în considerație toate aceste particularități, analiza statistică a seriilor cronologice trebuie să se bazeze pe un sistem de indicatori, care să caracterizeze multiplele relații cantitative din interiorul seriei și pe toată perioada la care se referă datele.

Ca atare, **problemele care se pun și trebuie rezolvate la analiza seriilor cronologice** sunt:

- alegerea lungimii seriei și elaborarea ei astfel încât, pe cât posibil, să îndeplinească condiția legii numerelor mari, adică să aibă un număr suficient de date pentru orizontul de analiză statistică cu care să se fundamenteze corect prognozele de lungă și scurtă durată;
- calculul și analiza unui sistem de indicatori statistici absoluți, relativi și medii necesari caracterizării seriei;
- identificarea trendului (tendinței) de evoluție a fenomenelor din cadrul seriei prin utilizarea metodelor de ajustare statistică și testelor de verificare a ipotezelor privind forma obiectivă de evoluție pe perioada luată în calcul;
- calculul și analiza sezonality și a altor forme de evoluție cu caracter ciclic;
- interpolarea și extrapolarea seriilor cronologice potrivit scopului cercetării statistice.

Pentru a analiza o serie dinamică trebuie de ținut cont de comparabilitatea datelor:

- valorile trebuie să fie exprimate în aceleași unități valorice;
- valorile seriei trebuie să aibă același conținut;
- valorile trebuie să fie comparabile.

Metode elementare de analiză a SCR:

1. Metoda grafică (histograma) diagrama liniară, diagrama de structură etc.

Pe axa OX tot timpul se depune unitatea-timp, pe axa OY se depun valorile y_i ;

2. Observarea șirurilor de date.

8.2 Sistemul de indicatori ai SCR

Indicatorii statistici utilizați în analizele SCR pot fi grupați în 3 grupe:

- 1gr. de indicatori absoluți
- 2gr. de indicatori relativi
- 3gr. de indicatori medii

1) Indicatorii absoluți, din această grupă fac parte ”modificarea absolută” - Δy_i - arată diferența dintre nivelul curent față de nivelul precedent, sau față de un nivel luat ca bază de comparare.

Rezultatele pot fi valori pozitive și valori negative.

Bază în lanț (b.l):

$$\Delta y_i = y_i - y_{i-1} \quad (\text{bază lanț}) \rightarrow (\text{curent-precedent})$$

Bază fixă (b.f):

$$\Delta y_i = y_i - y_0 \quad (\text{bază fixă})$$

y_0 → bază de comparare care poate fi o valoare din șir sau o altă valoare care s-a stabilit ca bază de comparare.

2) Indicatorii relativi:

a) **Ii - indicele dinamic**, care reprezintă de câte ori a crescut nivelul comparat (curent față de nivelul precedent sau față de nivelul luat ca bază de comparare).

b. l

b. f

$$I_i = \frac{y_i}{y_i - 1} * 100\%$$

$$I_i = \frac{y_i}{y_0} * 100\%$$

b) **Ri - rata de creștere** sau modificări relative care se calculează pe baza indicilor dinamici, conform relației: **Ri=Ii-100**

Exemplu: I=103% I=97%

$$R = -3\% \quad R = -3\%, \text{ deoarece } \frac{y_t}{y^1} \text{ este egal cu indicele modificării cu bază fixă, rezultă că } RiH = I_i/1 - 100$$

Rata de creștere arată cu câte % a crescut sau a scăzut nivelurile curente față de bază.

Deoarece indicii dinamici se calculează cu bază fixă și în lanț, respectiv se vor calcula și rata de creștere în bază fixă sau în lanț.

c) **A% i valoarea absolută a unui % de creștere**, reprezintă rezultatul raportului dintre modificarea absolută și modificarea relativă.

Cel mai frecvent în practică aceste indicator se folosește la reconstruirea seriilor dinamice adică la calculul y_i

$$A\% I = \frac{\Delta y_i}{R_i}$$

Poate fi calculat cu bază fixă și în lanț.

3) **Indicatorii medii:**

a) **y - nivelul mediu**, care se calculează în mod diferit în dependență de tipul SCR:

1) Dacă SCR este de tipul de flux pe intervalele egale, se aplică media aritmetică simplă

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \quad n - \text{numărul de înregistrare}$$

2) Dacă SCR este de tipul serie de momente pe intervalele egale, în calcul se aplică media cronologică pe intervale egale:

$$y = \frac{\frac{1}{2} y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_n}{n - 1}$$

3) Dacă SCR este de tipul serie de momente pe intervale neegale, în calculul se aplică - **media cronologică ponderată**.

Exemplu:

Y₁ 1.01

Y₂ 1.03

Y₃ 1.07

Y₄ 1.10

Y₅ 1.12

$$y = \frac{\frac{1}{2}(y_1 + y_3) * 2 + \frac{1}{2}(y_3 + y_7) * 4 + \frac{1}{2}(y_7 + y_{10}) * 3 + \frac{1}{2}(y_{10} + y_{13})}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

b) **modificarea medie absolută**, ce se calculează prin 2 metode:

1) dacă se cunoaște I și ultimul nivel din perioada de studiu se aplică formula:

$$\Delta \bar{y} = \frac{\sum \Delta y_i}{n - 1} \quad \Delta y = \frac{y_n - y_0}{n - 1}$$

- 2) se calculează pe baza modificărilor absolute ca bază de lanț.
 c) **indicele medii dinamice**, care se calculează prin 2 metode:
 1) Dacă se cunoaște I și ultimul nivel din perioada de analiză:

$$\bar{I} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}} * 100 \qquad \bar{I} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=1}^{n-1} I_i} * 100$$

- 2) Ca o medie geometrică a indicilor dinamici cu bază în lanț

8.3 Modelarea statistică a SCR

Pentru modelarea seriilor cronologice (ajustarea sau calculul val. teoretice) se folosesc:

- 1) metode mecanice
- 2) metode analitice

- a) din această grupă fac parte - calculul valorilor în baza modificărilor medii absolute

$$Y_t = y_0 + \Delta \bar{y} (t-1) \qquad t - \text{timpul}$$

y_0 - prima valoare a șirului de date

y_t - val. calculată în funcție de modificarea medie absolută

- b) indicatorul mediu dinamic - se utilizează în calculul valorilor teoretice, în cazul când fenomenul calculat evoluează în progresie geometrică.

$$y'_t = y_0 * \bar{I} (t-1)$$

y'_t - val. calculată a nivelului în baza indicelui mediu dinamic.

Metode analitice - aici în calculul valorilor teoretice se utilizează funcții matematice ca:

- 1) dreapta liniară
- 2) parabola
- 3) funcția exponențială

Modelul liniar - ptr. modelul dat este:

$$y''_t = a + bt \qquad a, b - \text{parametrii ei de legătură}$$

t - timp convențional care se alege în așa fel încât suma $t=0$

Pentru calculul parametrilor a și b, se utilizează sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} na + b \sum t = \sum y \\ a \sum t + b \sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

Deoarece $\sum t=0$, sistemul va fi

$$\begin{cases} na = \sum y \\ b \sum t^2 = \sum ty \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\sum y}{n} \qquad \Rightarrow \qquad b = \frac{\sum ty}{\sum t^2}$$

Factorul care influențează în mod direct nivelul este parametrul b.

*dacă b este + fenomenul evoluează în creștere

* dacă b este - fenomenul scăderii.



[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



Sarcini independente:



1. Accesează Anuarul Statistic al R. Moldova și caracterizează evoluția indicatorilor macroeconomici (PIB, Venitul Național, PN, Datoria externă, inflația, șomajul) pe o perioadă de 10 an.

Întrebări recapitulative:

1. Ce înțelegeți prin serie cronologică? Ce sinonime pentru serie cronologică cunoașteți?
2. Ce particularități prezintă termenii unei serii cronologice?
3. Ce condiții trebuie să îndeplinească termenii unei serii de timp pentru a asigura compatibilitatea acestora?
4. Ce obiective urmărește analiza statistică a seriilor cronologice?
5. Ce este o serie cronologică de intervale? Exemplifică seriile cronologice de intervale.
6. Ce este o serie cronologică de momente? Exemplifică serii cronologice de momente.
7. Care sunt deosebirile esențiale între seria cronologică de intervale și seria cronologică de momente?
8. Ce fel de serii cronologice deosebim, în funcție de modul de exprimare a termenilor seriei?
9. Ce tipuri grafice pot fi utilizate pentru a reprezenta o serie cronologică?
10. Ce condiție trebuie să îndeplinească termenul seriei, luat ca bază de comparație?
11. Ce exprimă indicatorul “nivelul absolut”?
12. Ce reflectă modificarea absolută
13. Prin ce diferă modificările absolute cu bază fixă, de modificările absolute cu bază mobilă
14. În ce unități de măsură se exprimă indicii de dinamică?
15. Ce proprietate este particulară indicilor calculați cu bază mobilă?
16. Ce reflectă ritmul de dinamică?
17. Ce indicator face legătură dintre modificările absolute și modificările relative?
18. Cum se determină nivelul mediu pentru seria de timp de intervale?
19. Ce tip de medie se utilizează, pentru a determina nivelul mediu pentru seria cronologică de momente?
20. Ce reflectă modificarea medie absolută?
21. Ce reflectă ritmul mediu de dinamică?



Anii	Producerea				
------	------------	--	--	--	--



2010	2143								
2017	2074								
2018	2355								
2019	2696								
2020	2802								
2021	2758								
2022	2893								
Total									

Aplicații practice propuse spre rezolvare

Problema 1 Se cunosc următoarele date despre producerea grânelor în R.Moldova, (mii tone/an): Calculează indicatorii absoluți, relativi și medii de analiză al seriei cronologice. Formulează răspuns pe baza indicatorilor obținuți.

Problema 2

Determină media cronologică ponderată și formulează un răspuns din datele obținute, reieșind din următoarele date:

Anul	Populația emigrată (mii persoane)
1990	259,5
1995	769,5
1998	1154,3
2006	1286,5
2010	784,7
2015	995,2
2018	1330,6
2023	1165,2

Problema 3

Determină Ritmul sporului al Volumului vânzărilor a unei societăți comerciale, reieșind din faptul că în 2021 a fost cu 325 000 000 lei mai mic decât în 2023, ceea ce reprezintă o micșorare relativă cu 12,5%.

Se cere să se determine vânzările pentru 2021 și 2023. Formulează un răspuns pentru datele obținute.

Problema 4

Calculează Ritmul sporului al Cifrei de afaceri a unei entități, reieșind din faptul că în 2020 a fost cu 252 000 lei mai mare decât în 2022, ceea ce reprezintă o majorare relativă cu 9,8%.

Se cere să se determine cifra de afaceri pentru 2020 și 2022. Formulează un răspuns pentru datele obținute.

Unitatea de conținut 9:

INDICII STATISTICI

9.1 Noțiuni generale

9.2 Clasificarea indicilor

9.3 Indicii individuali

9.4 Indicii sintetici și agregați

9.5 Indicii calculați în mărimi medii

9.1 Noțiuni generale



Indicii constituie o categorie importantă a indicatorilor statistici. Ei fac parte din indicatorii cel mai frecvent utilizați în lucrările statistice, în analiza și planificarea economică.

Indicii statistici îndeplinesc 2 funcții principale:

1. Exprimarea volumului sau nivelului relativ a unui fenomen în comparație cu un fenomen existent într-un alt interval, sau moment de timp, sau într-un alt loc al spațiului.
2. Descompunerea în factori a volumului, a nivelului relativ, a unui indicator complex generat prin compunere din 2 sau mai mulți factori simpli.

Indicatorii fiind o mărime relativă obținută din raportarea fenomenelor de același fel, se exprimă sub formă de coeficienți %. După cum se știe compararea fenomenelor de același fel se poate face nu numai prin raportarea, dar și prin diferența dintre volumul sau nivelul comparat și cel considerat ca bază de raportare.

În analiza statistică, și îndeosebi în descompunerea în factori a indicatorilor complexi, prezintă interes deosebit și determinarea nu numai a indicelui, dar și a diferenței dintre numărător și numitor.

Analiza realizată cu ajutorul indicilor se caracterizează și sub formă de diferență absolută sau modificarea absolută. Dacă fenomenul comparat are caracter individual (este un element, o unitate, o valoare a unei caracteristici), indicatorul obținut din comparația făcută (din raportare) se numește **individual (elementar) (i)**.

Când se compară fenomene compuse din mai multe elemente (colectivități, ansambluri), mărimile ce rezultă din raportare se numesc:

- indicii statistici;
- indicii de grup;
- indicii agregați sau simplu indici (**I**)



Indicii - indicatori derivați, arată variația medie în timp, în dinamică, în spațiu a unei colectivități sau ansamblu de același fel (a nivelului de bază față de cel planificat).

9.2 Clasificarea indicilor statistici

Indicatorii utilizați sunt numeroși și variației se clasifică după diferite criterii și anume:

a. după numărul unităților la care s-a înregistrat caracteristica:

- indicatori individuali;
- indicatori sintetici.

b. după procedeul de calcul:

- indicatori agregați;
- indicatori sub formă de medii a indicatorilor individuali;

- indicatori ca raport de medii.
- c. după modul de ponderare:
 - ✓ indicatori de grup, agregați pot fi:
 - ponderi constante;
 - ponderi variate.
- d. după tipul structurii:
 - ✓ indicatori cu structură variată;
 - ✓ indicatori cu structură fixă.
- e. după caracterul ai cărei variație se urmărește:
 - ✓ indicatorii valorii;
 - ✓ indicatori ai prețurilor economice.
- f. după perioada care se ia ca bază de raportare:
 - ✓ indicatori cu bază fixă;
 - ✓ indicatori cu bază în lanț.

9.3 Indicii individuali

Indicele individual - exprimă variația unui singur element dintr-o colectivitate.

Astfel de indici individuali sunt:

- indicii volumului fizic ai producției;
- indicii individuali ai prețului.

Indicii ca orice mărime relativă rezultă dintr-un raport elementar dintre 2 perioade:

1. perioada curentă (*notată cu 1*)
2. perioada de bază (*notată cu 0*)

Dacă se pune problema caracterizării dinamicii volumului fizic (q) al unui produs, atunci volumul producției din perioada curentă (q_1), iar cel din perioada de bază (q_0).

*Indicele volumului fizic este: (q)

$$i_q = q_1 / q_0$$

*Indicele individual al prețului: (p)

$$i_p = p_1 / p_0$$

*Indicele valorii: (d)

$$i_d = v_1 / v_0 = q_1 p_1 / q_0 p_0$$

$q_1 p_1$ - valoarea producției în perioada curentă

$q_0 p_0$ - valoarea producției în perioada de bază

☒ Între indici există relația:

$$i_v = q_1 p_1 / q_0 p_0$$

9.4 Indicii sintetici și agregați

La alcătuirea indicilor sintetici este necesar să se calculează volumul respectiv, nivelul totalizat al întregului ansamblu de fenomene comparate.

În legătură cu efectuarea acestei operații este necesar să precizăm că elementele ansamblului se pot împărți în:

a) Elementele de natură cantitativă, extensivă cum sunt:

- ☒ unitățile colectivității
 - ☒ cantități de produse
- } se notează f_i

☐ numărul de personal

b) Elemente de natură calitativă, intensivă:

☐ valorile individuale ale caracteristicii } se notează x_i
☐ prețul }
☐ consumul de produse }

Volumul (nivelul relativ) a unui ansamblu, se măsoară prin compararea a 2 agregate calculate pentru 2 ansambluri de fenomene de aceeași natură.

În cazul agregatului, elementul al cărui volum sau nivel se compară, se numește **element de indexat**.

Denumirea unui indice corect este dată de elementul de indexat.

Indicii sintetici sunt:

✓ *Indicii valorii a producției (I_v):*

$$I_v = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

▪ Modificarea absolută:

$$\Delta v = \sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$$

$\sum q_1 p_1$ și $\sum q_0 p_0$ sunt agregate și reprezintă valoarea producției în cadrul ansamblului comparat și cadrul celui de bază, de comparație.

✓ *Indicele volumului fizic (I_q):*

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

▪ Modificarea absolută:

$$\Delta q = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

✓ *Indicele prețului (I_p):*

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

▪ Modificarea absolută:

$$\Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$$

Indicii agregați sunt indicia de grup care se calculează prin raportarea nivelului agregat al unui fenomen din două perioade comparate: de bază și curentă.

Nivelul agregat al unui fenomen y se obține prin însumarea elementelor componente: $\sum y_i$, pentru elementele omogene, respectiv $\sum x_i f_i$, pentru elementele eterogene ($y_i = x_i f_i$).

Relația de calcul a indicelui agregat simplu și al indicelui agregat ponderat este:

$$I_{1/0}^y = \frac{\sum y_{i1}}{\sum y_{i0}} \quad \text{respectiv} \quad I_{1/0}^y = \frac{\sum x_{i1} f_{i1}}{\sum x_{i0} f_{i0}} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0}$$

(Pentru a evita încărcarea formulărilor cu prea multe simboluri se renunță la indexarea sumei și se înțelege că însumarea cuprinde toate elementele constitutive ale colectivității).

Relația de mai sus se poate descompune în doi indici factoriali derivați din aceasta $I_{1/0}^{y(f)}$ și $I_{1/0}^{y(x)}$.

Fiecare din acești doi indici pun în evidență influența unui singur factor asupra variației variabilei complexe, în condițiile în care celălalt factor rămâne constant, jucând rolul de pondere, după cum urmează: $I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\sum x f_1}{\sum x f_0}$ și $I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 f}{\sum x_0 f}$

Ponderile nu sunt elemente abstracte, ci sunt variabile cantitative sau calitative și provin din perioada curentă sau cea de bază.

În funcție de ponderea folosită se pot construi diferiți indici agregați, anume:

✓ **Indicele agregat tip Laspeyres**, care se construiește drept ponderi nivelului variabilei din perioada de bază. Relațiile de calcul sunt următoarele:

- Pentru factorul cantitativ: $I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0}$
- Pentru factorul calitativ: $I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}$

Se apreciază că doar indicele factorului cantitativ se poate calcula după sistemul de ponderare propus de Laspeyres, indicele factorului calitativ nefiind suficient de semnificativ, deoarece nu ține seama tocmai de variația produsă prin dependența sa de structura colectivității.

✓ **Indicele agregat tip Paasche**, care se construiește folosind drept ponderi nivelul variabilei din perioada curentă. Relațiile de calcul sunt următoarele:

- Pentru factorul cantitativ: $I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_1 f_0}$
- Pentru factorul calitativ: $I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}$

✓ **Indicele agregat tip Edgeworth** se construiește prin cumularea cantităților din perioada de bază cu cele din perioada curentă și folosirea lor ca pondere la măsurarea variației relative a factorului calitativ. Relația de calcul este: $I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 (f_0 + f_1)}{\sum x_0 (f_0 + f_1)}$

9.5 Indici calculați ca mărimi medii

Indicii calculați ca mărimi medii se pot construi în cazul în care se cunosc valorile indicilor individuali și ponderea complexă (x_i , f_i sau g_i și p_i) numai dintr-o perioadă.

- **Indicele mediu aritmetic** se calculează conform relației:

$$I_{1/0}^y = \frac{\sum i_q \times q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Modificarea medie a cantității: $\Delta q = \sum i_q \times q_0 p_0 - \sum q_0 p_0$

- **Indicele mediu armonic** se calculează conform relației:

$$I_{1/0}^y = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i_p} \times q_1 p_1}$$

Modificarea medie a prețului: $\Delta p = \sum q_1 p_1 - \sum \frac{1}{i_p} \times q_1 p_1$

[Aici accesează model de aplicație practică rezolvată](#)



Întrebări recapitulative:

1. La analiza variației căror fenomene poate fi aplicată metoda indicilor?
2. În ce categorii sunt grupați factorii care determină variația în timp și spațiu a fenomenelor complexe?



3. Ce factori de influență, care generează variația unui fenomen complex, sunt de natură extensivă?

4. Ce factori de influență, care generează variația unui fenomen complex, sunt de natură intensivă?

5. Ce categorii de indici statistici se pot obține în funcție de natura variației pe care o măsoară?
6. Ce exprimă indicii individuali?
7. Ce exprimă indicii de grup?
8. Cum este simbolizată perioada de bază și perioada curentă în teoria indicilor?



9. Ce reprezintă rezultatul produsului indicilor individuali ai factorilor de influență?
10. Sub ce formă se pot determina indici de grup?
11. Cum se obțin indicii agregați?
12. Ce sistem de ponderare este utilizat la determinarea evoluției prețurilor?
13. Cum se obține indicele „ideal“ al lui Fischer?
14. Când se aplică în practică indicii factoriali agregați, dați de sistemul de ponderare Fischer?
15. Când se aplică indicii sub formă de medie a indicilor individuali?
16. Ce indice de grup se calculează ca medie aritmetică a indicilor individuali? Dă exemple de astfel de situații.

Aplicații practice propuse spre rezolvare

Problema 1

Se consideră că o entitate fabrică două produse pentru care se cunosc cantități produse și prețurile unitare în perioada de bază și perioada curentă.

Produsul	Unitatea de măsură	Cantitatea (q)		Prețul unitar (p) mii lei	
		Perioada de bază	Perioada curentă	Perioada de bază	Perioada curentă
Prune	tone	120	110	1150	1200



Lăzi	bucăți	560	600	24	27
------	--------	-----	-----	----	----

Problema 2 Determină dinamica volumului fizic al vânzărilor pe total firmă, și formulează un răspuns la datele obținute, reieșind din următoarele date:

Marfa	Valoarea mărfurilor vândute în perioada de bază (mii lei)	Indicii individuali a volumului fizic i_v
A	25000	1,2
B	10600	1,5
C	5000	0,9
D	10800	1,1
Total		-

Problema 3 Determină dinamica prețurilor pe total firmă, reieșind din următoarele date:

Produsul	Volumul Valoric al producției în anul curent (mii lei)	Indicii individuali ai prețurilor i_p
A	123000	1,4
B	8600	1,2
C	85000	0,85
Total		-

Sarcini pentru Studiul Individual ghidat de profesor

<i>Materii pentru studiul individual</i>	<i>Produse de elaborat</i>	<i>Modalități de evaluare</i>	<i>Termen de realizare</i>
I. Statistica ca știință, instrument de cunoaștere și dirijare economică			
Statutul Biroului Național de statistică	Schițe cu atribuțiile, funcțiile, sarcinile și principiile de funcționare.	Selectarea corectă a informației.	Săptămâna 2
II. Observarea statistică			
Recomandări pentru elaborarea anchetei/sondajului statistic în dependență de caracteristica de cercetare	Ancheta statistică; Studiu de caz.	Calitatea soluțiilor, ipotezelor propuse, argumentarea acestora. Rezolvarea corectă a problemei, asociate studiului analizat de caz.	Săptămâna 4
III. Prelucrarea și sistematizarea datelor statistice			
Reguli statistice pentru elaborarea distribuției statistice; Elementele tabelului și graficelor statistice.	Aplicație practică. Modalitățile constituire și prezentare a datelor statistice.	Rezolvarea corectă a aplicației. Exactitatea rezultatelor. Corectitudinea interpretării distribuției statistice și etapelor de grupare pe intervale de variație.	Săptămâna 6
IV. Indicatorii statistici în mărimi relative și absolute			
Forme de manifestare a mărimilor relative și formule cu indicatori relativi.	Aplicație practică. Rezolvarea mărimilor relative pe baza prelucrării anchetei statistice	Rezolvarea corectă a aplicației. Exactitatea rezultatelor. Corectitudinea interpretării grafice a mărimilor relative.	Săptămâna 8
V. Indicatorii tendinței centrale			
Proprietățile mediei aritmetice; Indicatorii medii de calcul și poziție.	Studiu de caz. Calculul și prezentarea mărimilor medii calculate pe baza intervalelor de	Calitatea soluțiilor, ipotezelor propuse, argumentarea acestora. Rezolvarea corectă a problemei,	Săptămâna 10

	variație formate pe baza anchetei statistice.	asociate studiului analizat de caz.	
VI. <i>Indicatorii variației, asimetriei și boltirii</i>			
Indicatorii variației și de asimetrie.	Studiu de caz. Calculul și prezentarea indicatorilor simpli și sintetici de variație.	Calitatea soluțiilor, ipotezelor propuse, argumentarea acestora. Rezolvarea corectă a problemei, asociate studiului analizat de caz.	Săptămâna 12
VII. <i>Seriile cronologice</i>			
Indicatorii absoluți, relativi și medii al seriilor cronologice.	Studiu de caz. Calculul și prezentarea indicatorilor seriilor cronologice pe baza Anuarului Statistic al R. Moldova.	Calitatea soluțiilor, ipotezelor propuse, argumentarea acestora. Rezolvarea corectă a problemei, asociate studiului analizat de caz.	Săptămâna 13
VIII. <i>Indicii statistici</i>			
Diversitatea indicilor statistici în evidența indicatorilor macroeconomici.	Studiu de caz. Calculul și prezentarea indicilor statistici și macroeconomici (Laspeyres, Paasche)	Calitatea soluțiilor, ipotezelor propuse, argumentarea acestora. Rezolvarea corectă a problemei, asociate studiului analizat de caz.	Săptămâna 15

RESURSE BIBLIOGRAFICE

1. Biji, E.M.; Gogu, E.: *Teoria și tehnica sondajului statistic*. Ed. Oscar Print, București, 2009
2. Biji M., Biji E.M., Lilea E., Anghelache C., *Tratat de statistica*, Ed. Economică, București, 2002.
3. Biji, E.M., Roșca, E., Lilea, E., Vătui, M., *Statistică pentru economiști*, Ed. Economică, București, 2010.
4. Isac-Maniu, Al., Grădinaru, A., Voineagu, V., Mitruț, C., *Statistică teoretică și economică*, Ed. Tehnică, Chișinău, 1994.
5. Jaba, E., *Statistica*, editura Economică, Bucuresti, 2002.
6. Rotariu, T., (coord), *Metode statistice aplicate în științele sociale*, Ed. Polirom, Cluj, 1999.
7. Lilea E., Goschin Z., Vătui M., Boldeanu D., *Statistica*, Ed. ASE, București, 2001
8. Trebici V. (coord.), *Mică enciclopedie de statistică*, Ed. Științifică Enciclopedică, București, 1985
9. Voineagu, V., Lilea, E., Coshin, Z., Vătui, M., *Statistică economică*, Ed. Tribuna Economică, București, 2003.
10. Voineagu V., Lilea E., Goschin Z., Vătui M., Boldeanu D „*Statistică economică - Teorie și aplicații*”, Ed. Tribuna Economică, București, 2016
11. Anuarul Statistic al Republicii Moldova (anii 2010 - 2022)
14. www.bns.md - Biroul Național de Statistică
15. www.minfin.md – Ministerul Finanțelor al RM.
16. www.mecgov.md – Ministerul Economiei al RM.
17. www.statistica.md - Anuarul Statistic al Republicii Moldova

În redacția autorului

Semnat pentru tipar 27.04.2023
Coli editoriale 3,0. Coli de autor 3,27. Coli de tipar 8,9.
Tirajul 50 ex. Comanda 28.

Tipografia Serviciului Editorial-Poligrafic al ASEM
MD 2005, Chișinău, str. Mitropolit G. Bănulescu-Bodoni 59,
Telefon: (022) 402-936, 402-910